

Hacettepe Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Fizik Mühendisliği

**FİZ-202 FİZİK LAB. IV
DENEY KILAVUZU***

2013-2014 Ders Yılı

**Berkeley Fizik Laboratuvarı-2 kitabından uyarlanmıştır.*

Elektronlar ve Alanlar

GİRİŞ

Bu deney serisinde yüklü parçacıkların (elektronlar) elektrik ve manyetik alanlardaki hareketini inceleyeceğiz. Bu deneylerde elektronlar, davranışları Newton hareket yasaları ile belirlenen klasik parçacıklar gibidir. Yani hızlar her zaman ışık hızına (3×10^8 m/s) göre küçüktür, hiçbir görelilik düzeltmesi gerekmez ve deneysel boyutlar atom boyutları yanında o kadar büyüktür ki, kuantum etkileri dikkate alınmaz.

ÖZET

Deneylerin içerdiği konular şöyle özetlenebilir:

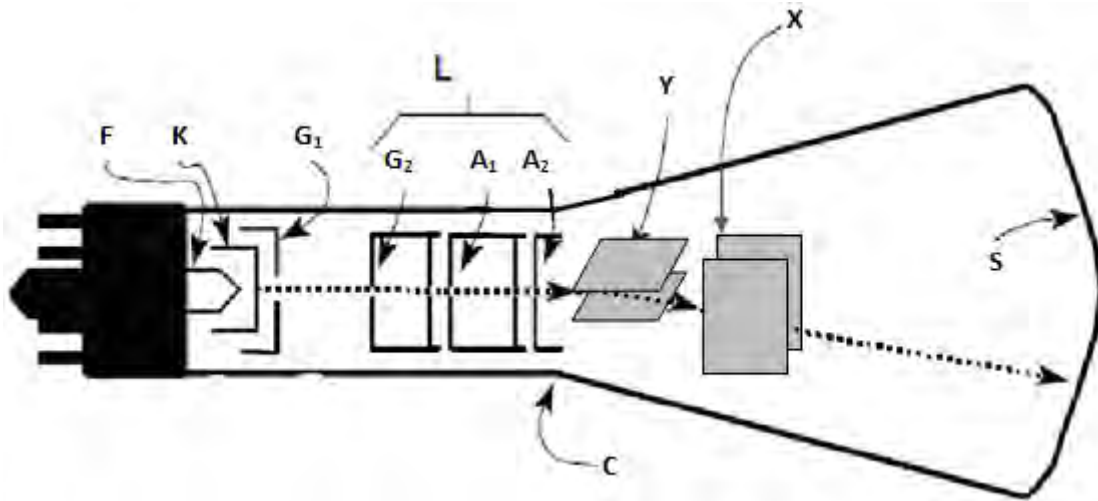
- **EA1**-Elektronların bir elektrik alanında hızlanması ve bir elektron demetinin düzgün enine bir elektrik alanında saptırılması.
- **EA2**-Düzgün olmayan bir elektrik alanında bir elektron demetinin odaklanması ve demetin şiddetinin kontrolü.
- **EA3**-Bir elektron demetinin enine bir manyetik alanda saptırılması.
- **EA4**- Bir diyot lambada oluşturulan elektronların eksensel bir manyetik alan ile çapsal bir elektrik alanı etkisi altında hareketi.

İlk üç deneydeki temel araç, işleyiş ilkeleri bir televizyon resim tüpüne oldukça benzeyen bir elektron demeti tüpüdür. Bu tüpe genellikle katot ışını tüpü (kısaltılmışı KIT; İngilizce kısaltılmışı CRT) denir. Bu ad ondokuzuncu yüzyılın ortalarında alçak basınçlı gazlarda elektrik iletiminin incelenmesi sırasında ortaya çıkmıştır. Bu tip deneylerde, elektron dövmesi ile atomik enerji düzeylerinin uyarılması, katoda yakın bölgelerde, “katot ışınları” diye adlandırılan mavimsi ışınların çıkmasına yol açtığından bu isim kullanılmaktadır.

Katot ışını tüpü aslında, kesiti Şekil-1’de görüldüğü gibi uzun boyunlu düz tabanlı büyük bir cam balondur. Televizyon ve osiloskopta siz bunun yalnız tabanını görüyorsunuz.

Elektron hareketinin incelenmesini sağlayan uygun bir deney düzeneği olmaktan da öteye, katot ışını tüpü, deneysel bilimlerin (kimya, biyoloji, tıp) birçok alanlarda çok yararlı bir aygıt olan katot ışınları osiloskobunun en önemli parçasıdır. Şu halde katot ışını tüpünde elektron hareketinin incelenmesi, ileride bu ve başka çalışmalarda pek çok kullanılacak olan osiloskobun anlaşılmasına yardım edecektir.

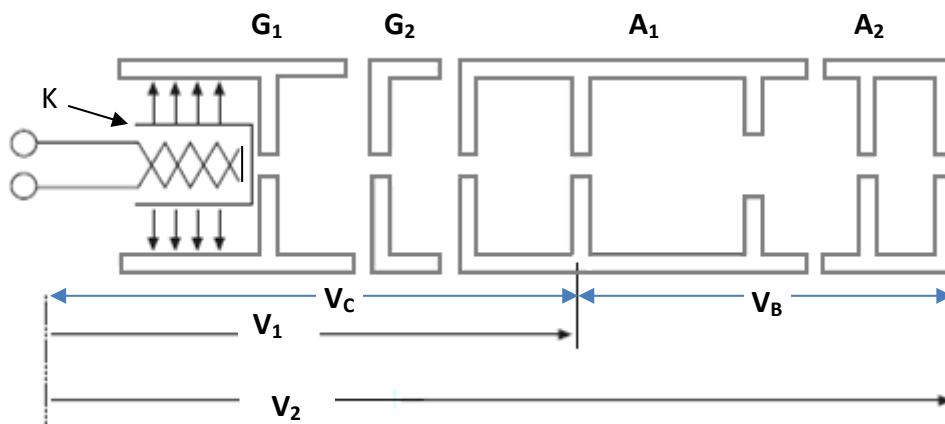
Bir katot ışını tüpü içinde: (1) Katottan kopartılan elektronları belli bir hıza ulaştırıp onları bir demet halinde toplayan bir elektron tabancası; (2) iki çift paralel levhadan oluşan bir saptırıcı düzenek; (3) tüpün sonunda elektron demetinin çarptığı noktayı görülür hale getiren bir floresan ekran bulunur. Bunların hepsi bir cam balon içine yerleştirilmiştir ve elektronların hava molekülleri ile çarpışması ile saçılmalarını önlemek için balonun havası boşaltılmıştır. Bu parçaların düzenlenişi Şekil-1’de gösterilmiştir.



Şekil-1. Tipik bir katot ışıını tüpü kesiti (KIT). F: Isıtıcı, K: Katot, G₁: Şiddet ayarlayıcı ızgara, L: demet odaklayıcı ve hızlandırıcı, Y: Düşey saptırıcı levhalar, X: Yatay saptırıcı levhalar, S: Fosfor kaplı ekran, C: Cam Tüp.

Bir elektronun tüp boyunca hareketi sırasında bir tek gaz molekülü ile bile çarpışma olasılığının çok düşük olması için tüpteki gaz basıncı yaklaşık 10^{-6} atm'den aşağı olmalıdır. Bu yüksek boşluğu normal mekanik pompalar sağlayamayacağı için difüzyon pompaları kullanılır.

Elektron tabancası Şekil-2'de daha ayrıntılı olarak gösterilmiştir. Elektron kaynağı şekilde K ile gösterilen katoddur. İçteki bükülmüş ısıtma telinden geçirilen akım ile yaklaşık olarak 1200 K'ya kadar ısıtılan ve seramik bir kılıf ile elektrikçe yalıtılmış bulunan ince bir silindir katodun kendisini oluşturur.



Şekil-2. Tipik bir katot ışıını tüpünün elektron tabancası kısmının kesit şeması.

Silindirin uç kısmı baryum ve stronsiyum oksit ile kaplıdır. Bu maddeler ısıtılınca bazı elektronları yüzeyden kopacak kadar enerji edinirler ve böylece katodu saran boşlukta serbestçe hareket ederler. Bu olaya *termiyonik yayılım* denir.

Şekil-2'deki kesitte görüldüğü gibi katot ile aynı eksenli silindir biçimli tabanları dairesel elektrik supapları olarak işleyen dört elektrot vardır. Denetim kafesi denilen G_1 elektrodu katoda göre eksi, yaklaşık 5 ile 20 V arasında bir potansiyelde çalıştırılır. Böylece meydana gelen elektrik alan elektronları tekrar katoda doğru zorlar. Bu nedenle bu potansiyeli değiştirilerek G_1 'in aralığından geçen elektronların sayısı dolayısı ile demetin şiddeti denetlenebilir. G_2 elektrodu A_2 'ye içten bağlıdır ve her ikisi de K 'ya göre **artı** birkaç yüz (100-600) voltluk V_2 potansiyelinde çalışır. Bu gerilimle oluşan alan, elektronları elektrot eksenini boyunca hızlandırır. A_1 elektrodu K ve G_2 'nin potansiyelleri arasında bir V_1 (K 'ya göre) potansiyelinde tutulur. G_2 ile A_1 ve A_1 ile A_2 arasında oluşan alanlar G_1 'den çeşitli doğrultularda çıkan elektronları küçük paralel bir demet halinde bir araya getirmeye yarar. Bu demetin çapı aslında G_1 'deki deliğin çapına bağlıdır. Odaklamanın tam olması V_1/V_2 oranında belli bir kritik değer veren gerilimlerin seçilmesi ile olur.

Elektron demeti Şekil-1'de gösterildiği gibi iki çift saptırıcı levha arasından geçer. Çiftlerden herhangi birinin iki levhası arasına bir potansiyel farkı uygulanması ile demeti saptıran bir elektrik alanı oluşur (Deneylerimizde katot ışını tüpünün yerleşimi elektronları yatay ve düşey doğrultuda saptıracak şekilde ayarlanmıştır). Bu sapma olayı Deney EA-1'de ayrıntılı olarak incelenmiştir. Son olarak, elektron demeti tüpün floresan madde ile kaplı ekran kısmına çarpar. Floresan madde elektron demetinin çarpması ile görünür şekilde ışıldar. Bu olay, elektronların fosfor atomları ile çarpışıp onlardan bir kısmını normal durumlarından daha yüksek enerji düzeylerine çıkarması sonucu olur. Atomlar normal enerji düzeyine veya “taban haline” dönünce enerjileri görünür ışık halinde salarlar.

Cam tüpün iç yüzeyi birçok görevi olan *Aquadag* adlı iletken bir grafit tabakası ile kaplıdır. Bu ikinci anot A_2 'ye elektrikçe bağlı olduğundan onun bir devamı şeklindedir ve elektron demetini çevredeki yabancı bir elektrik alanının etkisinden korur. Bu tabaka floresan maddenin elektron dövmesi ile saldırdığı ikincil elektronları toplar ve aynı zamanda dışarıdan gelen ışığın fosforlu iç yüzeye vurarak onun parlamasını ve dolayısıyla perdedeki görüntüde ton keskinliğinin azalmasını önler.

UYARI

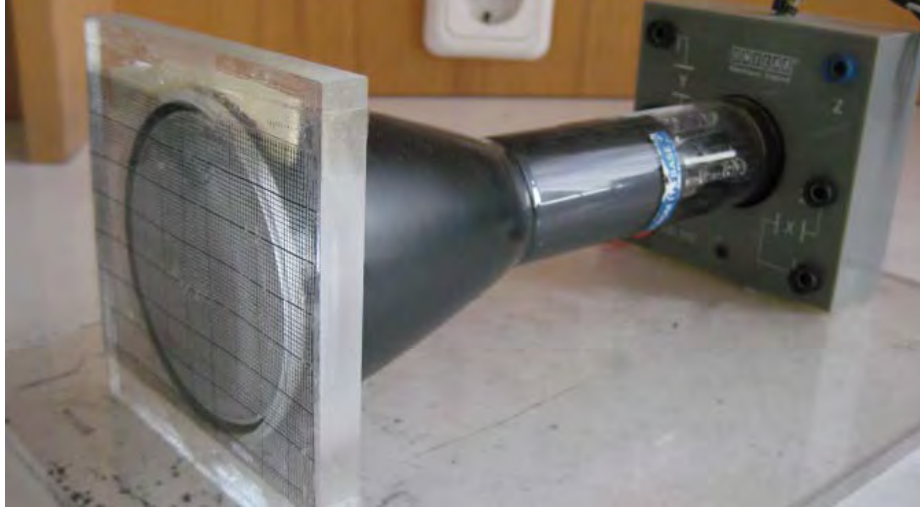
İçindeki yüksek boşluk ve perdenin geniş düz bir yüzey halinde oluşu yüzünden tüpün kullanılması dikkat ister. Cam kılıfta bir vuruşla veya çizikten ileri gelen herhangi bir zayıflama, perde maddesinin ve camın her yere saçılması ile sonuçlanan şiddetli bir patlamaya yol açabilir. Laboratuvarında kullanılan tüpün koruyucu bir kılıfı vardır ve tüpe ancak bu kılıf takılı iken dokunulmalıdır.

Katot ışını tüpü deneylerinde kullanılan aygıtlar

Katot ışını tüpü

Katot ışını tüpü (DG7-119), yatay (X) ve düşey (Y) saptırıcı plakaların bağıl konumlarını gösteren bir temel üzerine oturtulmuş yaklaşık 75 mm çapında floresan ekran ortamı kullanılır. Yatay saptırıcı (X) plakaların duyarlılığı yaklaşık olarak 21 V/cm ve düşey saptırıcı plakaların (Y) ise 35 V/cm'dir. Deney tüpü farglastan yapılmış bir tabla üzerine oturmaktadır. Deney tüpünün ekranının oturduğu pencere milimetrik ölçekli şeffaf ile kaplanmıştır. Kullanılan elektron tüpünün bir resmi Şekil-3'de verilmiştir.

5 uçlu konnektör (bağlantı fişi) güç kaynağı üzerindeki uygun sokete bağlanır. Tüpten çıkan mavi kablo V_1 geriliminin ve kırmızı kablo ise (V_2) geriliminin değiştirilebilmesi için konnektörden ayrılarak küçük kutuya bağlanmıştır. V_1 gerilimi güç kaynağı üzerindeki P_1 potansiyometresi (focus düğmesi) ile V_2 gerilimi ise küçük kutu üzerindeki P_2 potansiyometresi ile ayarlanır.



Şekil-3. Katot ışıını tüpünün resmi.

Katot ışıını tüpü Güç Kaynağı

Güç kaynağı 240 V, 50 Hz'lik bir ana besleme ile çalışmak üzere ayarlanmıştır. Bu güç kaynağı ile değişebilir odaklama (focus) (V_1), aydınlatma (V_3) ve hızlandırma (V_2) gerilimleri elde edilmektedir. 6,3 V'luk (0,3 A, 50 Hz) ısıtıcı kaynağı, aydınlatma gerilimi (V_3) merkezdeki 5 girişli soket aracılığı ile tüpe bağlıdır.

Güç kaynağı üzerinde birbirinin aynı dört adet 4 girişli soket bulunmaktadır. Bu uçlardan +6 V ve -6 V zaman tarama ve yükseltici giriş transistörlerini ve +90 V ise yükselticinin çıkış katını beslemek için kullanılır. Bu soketlerin aynı olmasından dolayı deney düzeneğindeki herhangi bir modül bu soketlerden herhangi birine bağlanabilir. Güç kaynağının sol üst köşesindeki sarı soketlerden 50 Hz'lik 6 V, 25 V ve 40 V'luk etkin değerlerde gerilimler elde edilebilir. Kullanılan güç kaynağının bir resmi Şekil-4'de verilmiştir.

NOT: Tüpün ömrünün uzun olması için aydınlatma ayarı mümkün olduğunca düşük tutulmalı ve yine aynı nedenden dolayı aydınlık nokta gözlendikten sonra odaklama ayarı hafifçe azaltılmalıdır.



Şekil-4. Güç kaynağının resmi.

Yükselteç:

Yükselteçler üzerinde sağ taraftaki soketler doğrudan tüpün üzerindeki X veya Y plakalarına bağlıdır. (Yani Y_1 'e Y_1 ucu, X_1 'e X_1 ucu gibi...) ve bağlantı yapıldığında hiçbir şey değişmeden plakaların yansıma duyarlılığı korunur.

Üst merkezde bulunan soket giriş transistörüne bir DC bağlantı sağlar ve sol soket ile birlikte, DC ve düşük frekans uygulamalarında ve de yükselteç zaman tarayıcı ile birlikte kullanıldığında giriş olarak kullanılır.

Ayarlamak için kazanç (gain) düğmesi tamamen saat ibresinin tersi yönünde döndürülmeli ve kaydırma (shift) düğmesi çizgi tüpün merkezine gelecek şekilde ayarlanmalı ve daha sonra kazanç düğmesi istenilen genliğe ayarlanmalıdır. Maksimum kazançta etkin değeri 50 mV olan bir giriş voltajı ile tüpü taramak mümkündür. Gerekli çalışma gerilimlerini sağlamak için 4 uçlu fiş güç kaynağı üzerindeki 4 girişli soketlerden birine bağlanır. Kullanılan yükseltecin bir resmi Şekil-5'de verilmiştir.



Şekil-5. Kullanılan yükseltecin resmi.

Elektromanyetik Saptırma Birimi

EA-3 deneyinde 3000 sarımlı iki bobin kullanılacaktır. Her bobinin direnci yaklaşık 125Ω 'dur. Deney yaparken bunu ölçünüz. Seri bağlı bobinleri X plakaları ile aynı yönde olacak şekilde tüpün etrafına yerleştirilerek olası Thomson e/m deneyi için bir düzenek sağlanabilir. Bobinler isteğe göre seri ve paralel bağlı olarak tüpün üzerine doğrudan yerleştirilerek kullanılabilir.

Tüpün üzerine yerleştirilen bobinlere etkin değeri 6 V olan bir gerilim uygulandığında yaklaşık olarak 3 cm'lik bir sapma gerçekleşir. Bu sapma normal Y yönünde tamamen gözlemlenebilir fakat normal X yönünde belli bir genliğin üzerinde tüp içerisindeki X plakaları tarafından gölgelenir. Bu deneylerde bobinler 0-40 V aralığında ayarlanabilir bir DC güç kaynağı ile beslenecektir. Kullanılan elektromanyetik saptırma biriminin bir resmi Şekil-6'da verilmiştir.



Şekil-6 Kullanılan elektromanyetik saptırma biriminin resmi.

Deney *EA - 1*

Elektronların Hızlanması ve Sapması

GİRİŞ

Bu deneyde, elektronların elektrik alanında hızlanmasını ve yörüngelerinin bükülmesini gözleyeceksiniz. Elektron hareketini anlatmak için dik koordinat sistemini kullanacağız ve z eksenini tüp eksenine doğrultusunda, x eksenini tüp taban yüzeyine göre yatay doğrultuda ve y eksenini de bu düzlemde düşey doğrultuda alacağız.

Katottan salınan bir elektron, elektron tabancasının deliklerinden geçtikten sonra A_2 anodundan z doğrultusunda bir v_z hızı ile çıkar. v_z 'nin büyüklüğü K ile A_2 arasındaki V_2 potansiyel farkına bağlıdır. Elektron K 'dan A_2 'e kadar gitmekle eV_2 potansiyel enerjisini yitirir. Öyleyse katottan önemsenmeyecek bir kinetik enerji ile ayrılan bir elektronun A_2 'den çıktıktan sonraki kinetik enerjisi

$$\frac{1}{2}mv_z^2 = eV_2 \quad (1)$$

bağıntısı ile verilir. Elektron artık, saptırıcı levhalar arasında hiçbir potansiyel farkı yoksa plakalar arasından sapmadan geçer ve (elektron tabancası tam olarak ayarlanmış ise) ekranın merkezine çarparak küçük parlak bir noktamsı iz oluşturur. Fakat düşey saptırıcı levhalara (düzlemleri yatay olan çift) bir V_d potansiyel farkının uygulandığını düşünelim: Levhalar arasında enine bir E_y alanı ve dolayısıyla enine bir F_y kuvveti oluşacak ve bu kuvvet hızın v_z bileşenini değiştirmeksizin elektrona enine bir v_y hızı verecektir. Böylece elektron saptırıcı levhalar arasından Şekil-7'de görüldüğü gibi, eksenle

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_z} \quad (2)$$

bağıntısı ile verilen bir θ açısı yaparak çıkacaktır. Saptırıcı potansiyel ve levha boyutları bilirse bütün bu nicelikler şimdi göstereceğimiz şekilde hesaplanabilir.

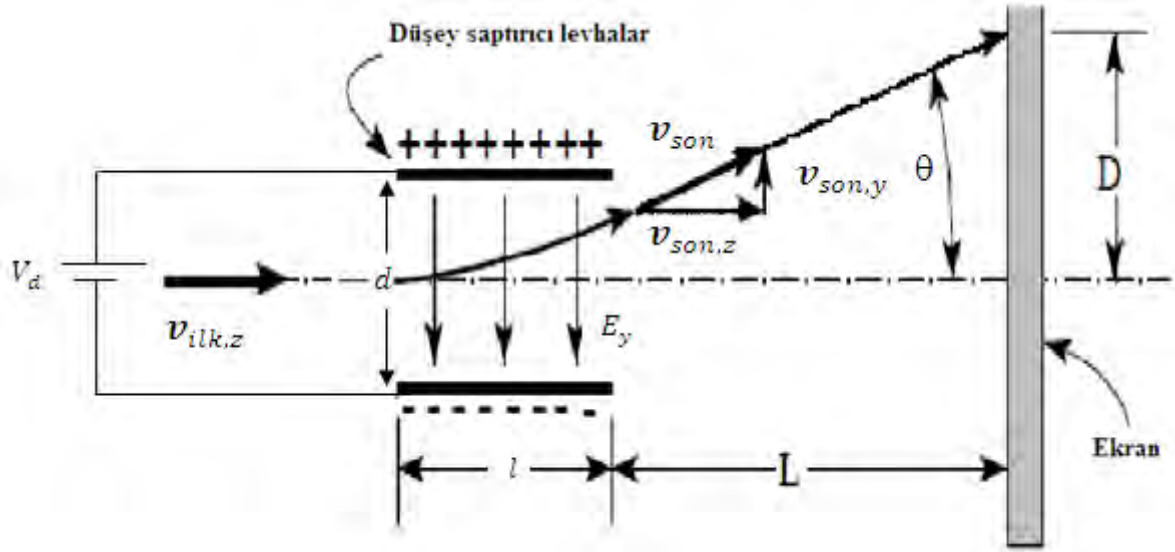
Önce Şekil-7'deki gibi bir d uzaklığı ile ayrılmış iki levha arasındaki V_d potansiyel farkı $E_y = V_d/d$ enine elektrik alanı ve büyüklüğü $F_y = eE_y = eV_d/d$ olan bir enine kuvvet oluşturur. Bu kuvvet elektrona, levhalar arasından geçtiği Δt süresince, enine kuvvetin itmesine eşit enine bir mv_y momentumu verir:

$$mv_y = F_y\Delta t = eV_d \frac{\Delta t}{d} \quad (3)$$

yani

$$v_y = \frac{e}{m} \frac{V_d}{d} \Delta t \quad (4)$$

dir.



Şekil-7. Elektronların düşey saptırıcılar tarafından sapdırılması.

Fakat Δt süresi elektronun aynı zamanda eksen boyunca olan v_z hızı ile z eksenini doğrultusunda, levhaların boyuna eşit bir l uzaklığını alma süresidir. Öyleyse $l = v_z \Delta t$ olur. Bu bağıntıdan Δt çözülüp Eşitlik (4)'de yerine konulursa

$$v_y = \frac{e}{m} \frac{V_d}{d} \frac{l}{v_z} \quad (5)$$

sonucu elde edilir. θ sapma açısı

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_z} = \frac{eV_d l}{d m v_z^2} \quad (6)$$

ile verilir. Eşitlik (1)'deki enerji bağıntısından yararlanarak

$$\tan\theta = \frac{V_d}{V_z} \frac{l}{2d} \quad (7)$$

elde ederiz. Beklediğimiz gibi bu eşitlikten, yörünge bükülmesinin V_d saptırıcı gerilimi ve levhaların boyu ile arttığı görülür. Levhaların uzun olması ile enine alan elektronları daha uzun bir süre etkileyerek sapmaların daha büyük olmasını sağlar. Sapma d ile ters orantılıdır. Verilen bir toplam gerilim farkı için levhalar birbirlerine ne kadar yakın olursa saptırıcı alan da o kadar büyük olur. Son olarak, V_2 hızlandırıcı geriliminin küçülmesi, elektronların ekselel hızlarının (v_z) azalmasını, dolayısı ile saptırıcı alanın daha uzun bir süre etkimesini sağlayacağı için sapmayı artırır. Bundan dolayı aynı enine hız için küçük ekselel hızlarında daha büyük açısal sapmalar elde ederiz.

Elektron demeti saptırıcı bölgeden ayrıldıktan sonra, tam ayrıldığı noktadaki yola teğet bir doğru boyunca hareket eder. Böylece perde üzerindeki parlak nokta düşey doğrultuda $D = L \tan\theta$ bağıntısı ile verilen bir D uzaklığı kadar kaymıştır. Burada L perde ile levhalar

arasındaki uzaklıktır (Perdenin hafif bükümünü göz önüne almıyoruz). Levhalar arasındaki hareketin daha ayrıntılı olarak incelenmesi L' 'nin levhaların orta yerinden perdeye kadar ölçülmesi gerektiğini gösterir ($L' = L + l/2$). Böylece

$$D = L' \frac{V_d}{V_2} \frac{l}{2d} \quad (8)$$

olur.

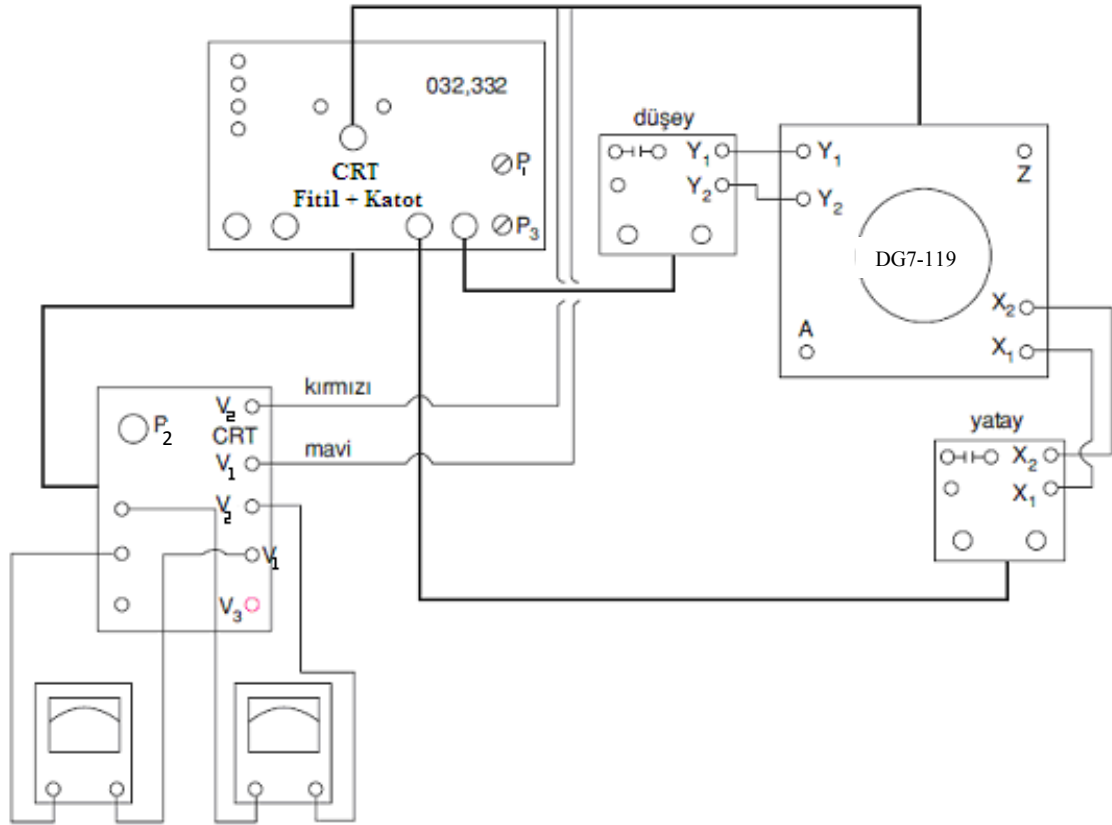
1. ELEKTRİKSEL BAĞLANTILAR

Güç kaynağı ile KIT (CRT) arasındaki elektrik bağlantıları Şekil-8'de gösterilmiştir. Katot ışını tüpünden çıkan, fitil ve katodu besleyen beş uçlu soket güç kaynağının CRT girişine takılır. Tüpten çıkan kırmızı ve mavi renkteki kablolar gerilim bölücünün CRT girişlerine (Mavi olan V_1 'e, Kırmızı olan V_2 'ye) bağlanır. Ayrıca, gerilim bölücü üzerinde V_1 ve V_2 gerilimlerinin ölçülmesine olanak sağlayan girişler de mevcuttur (Şekil-9).

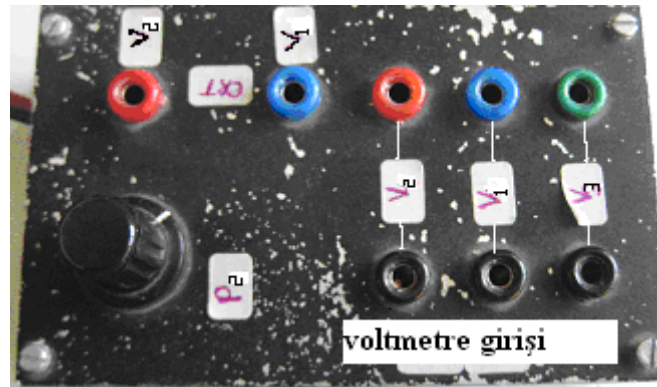
Katottan çıkan elektronların sayısı, güç kaynağı üzerindeki P_3 potansiyometresi ile denetlenebilir ve değeri gerilim bölücü üzerindeki V_3 girişi kullanılarak ölçülebilir. Güç kaynağı üzerindeki P_1 potansiyometresi V_1 gerilimini (odaklama gerilimi), gerilim bölücü üzerindeki P_2 potansiyometresi ise V_2 gerilimini (hızlandırma gerilimi) denetler.

UYARI

Elektriksel bağlantıları yaptıktan sonra, deney sorumlunuz kontrol etmeden güç kaynağını kesinlikle çalıştırmayınız. Hızlandırma ve odaklanma gerilimlerini okumak için kullanacağınız voltmetreleri uygun skalaya getirdikten sonra çalıştırınız. Hızlandırıcı ve odaklama gerilimleri yüksek olduklarından, devrede kullandığınız kabloların açık uçlarına kesinlikle dokunmayınız. Kuvvetli ve belki de hayatınıza mal olabilecek bir elektrik çarpmasına uğrayabilirsiniz. Perdede aşırı parlak bir nokta elde etmeye çalışmayınız. Çünkü aşırı parlak bir nokta ekranın elektron dövmesi ile fazlaca ısınmasına dolayısı ile o bölgedeki fosforun bozulmasına yol açar.



Şekil-8. Deney düzeneği ve bağlantıları.



Şekil-9 Gerilim bölücü.

2. SAPMA ÖLÇÜMÜ

Hızlandırıcı ve odaklayıcı gerilimleri sabit tutarak D sapmasını V_d saptırıcı geriliminin fonksiyonu olarak ölçünüz. Saptırıcı levhaların merkezinin perdeye olan $L' = L + l/2$ uzaklığını ölçünüz veya katot ışını tüpünün kataloğundan alınız (DG7-119). V_d 'nin her değeri için $\tan\theta$ 'yi hesaplayınız ve $\tan\theta$ 'yi V_d 'nin fonksiyonu olarak bir grafikte gösteriniz. Eğrinin şekli nasıl olmalıdır? V_1 ve V_2 'nin değerlerini yazmayı unutmayınız.

3. DEMET GERİLİMLERİNİN DEĞİŞTİRİLMESİ

V_2 'nin değerini değiştiriniz, iyi bir odaklama için V_1 'i ayarlayınız ve tekrar $\tan\theta$ 'yı V_d 'nin fonksiyonu olarak çiziniz. Birincisi ile bu grafik arasında ne gibi bir fark vardır? Deneyi V_1 'in en az iki değeri için daha tekrarlayınız.

4. GRAFİKLE ÇÖZÜMLEME

Her $\tan\theta$ değerini karşılığı olan V_2 değeri ile çarpınız ve $V_2 \tan\theta$ 'yı V_d 'nin bir fonksiyonu olarak çiziniz. Eşitlik (7)'yi kullanarak sonucun ne olması gerektiğini bulabilir misiniz?

5. l/d 'NİN BULUNMASI

Yukarıdaki grafiklerden l/d oranının değerini bulabilir misiniz? Bulduğunuz değeri levhaların doğrudan doğruya ölçülmesi ile elde edilen değerlerle karşılaştırınız.

SORULAR

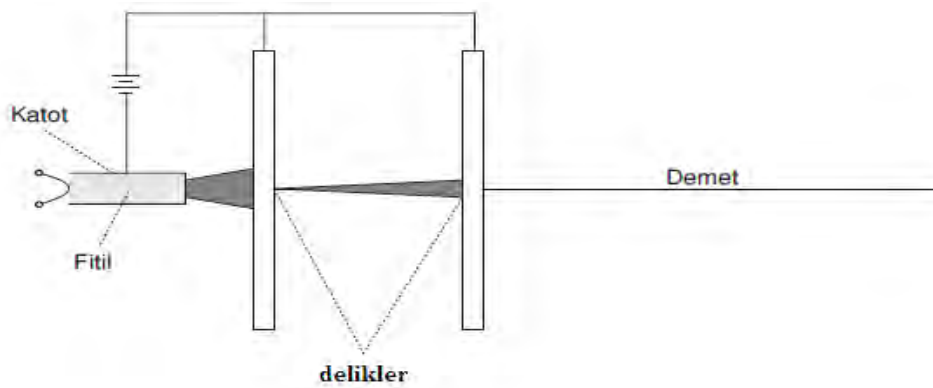
1. Düşey sapmanın gerilim duyarlılığı, yani birim sapma için gerekli saptırıcı gerilim nedir? Bu, hızlandırıcı gerilim ile nasıl değişir?
2. Düşey ve yatay gerilim duyarlıklarının aynı veya farklı olmasını bekler misiniz? Niçin? Zamanınız olunca bunu sınayabilirsiniz.
3. Hızlandırıcı gerilim $V_2 = 500$ V olursa demetteki elektronların hızları ne olur? Bir elektronun katottan perdeye kadar gitmesi için ne kadar zaman gerekir?
4. Saptırıcı levhalara bir alternatif gerilim (AC) uygulanırsa ne olur?
5. Yerçekimi kuvvetinin elektronların hareketi üzerinde önemli bir etkisi var mıdır?
6. Elektron hareketinin incelenmesinde demetteki elektronlar arasındaki etkileşmeyi ele almadık. Bu ihmalin haklılığını nasıl gösterirsiniz?

Deney *EA - 2*

Odaklama ve Şiddet Ayarı

GİRİŞ

Bu serinin ilk deneyi bir elektron demetinin düzgün bir elektrik alanında sapması ile ilgili idi. Bu deneyde katot ışını tüpünün elektron tabancasını oluşturan çeşitli elektrotlarla elektron demetinin nasıl denetim altına alındığını ve nasıl odaklandığını inceleyeceğiz. Odaklayıcı elektrotların işleyişi bir ışık demetini odaklayan yakınsak merceklerinkinin tam benzeridir ve bu benzerlik, ayrıntıları ile aşağıda tartışılacaktır.

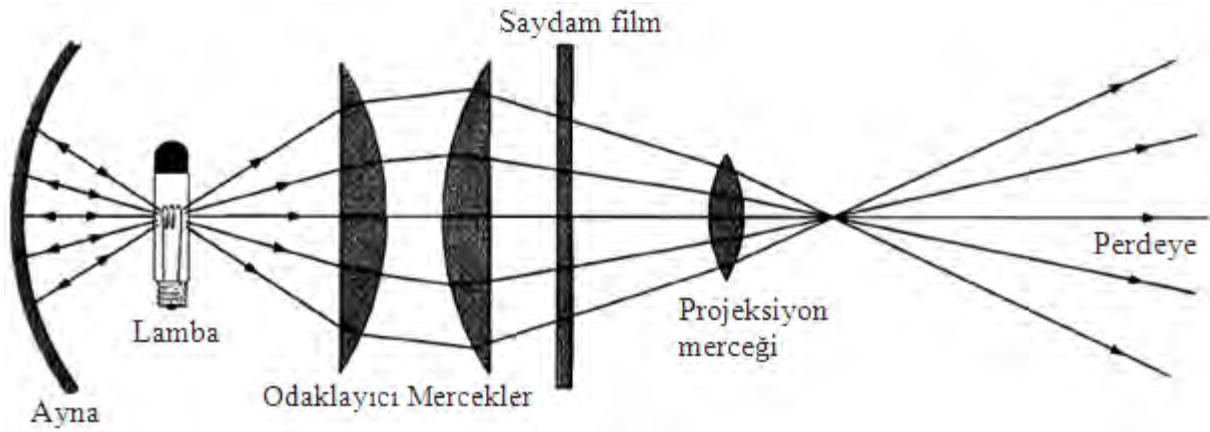


Şekil-10. Elektron demetinin oluşumu.

Bir elektron demeti ilkeler bakımından Şekil-10'da gösterilen düzenek ile oluşturulabilir; delikleri yeterince küçülterek demeti istediğimiz kadar inceltebiliriz.

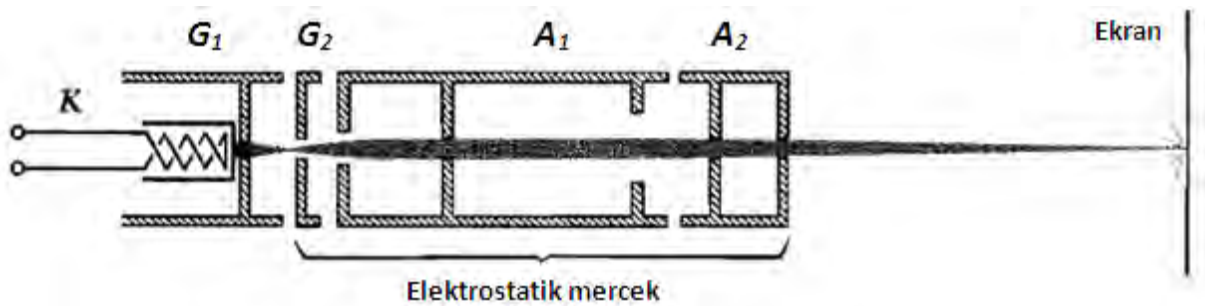
Uygulamadaki güçlük, elektronların ısıtılan katottan her doğrultuda püskürülmesinden gelir; bunların, yalnız çok küçük bir kısmı anot deliklerinden doğrudan geçecek yönde çıkar. Elektronlardan çoğu ekrana değil anotlara vurur; sonuçta ekrandaki nokta görülemeyecek kadar sönük olabilir.

Uygun biçimde elektrik alanı kullanarak ilk hızları eksen doğrultusunda olmayan elektronların doğrultusu değiştirilebilir. Böylece çok daha şiddetli bir demet ve dolayısı ile daha parlak bir nokta elde edilebilir. Durum Şekil-11'de gösterilen bir slayt (saydam film) projeksiyon makinesindeki toplayıcı mercek ile aynanın oluşturduğu sisteme benzemektedir. Bu sistem, projeksiyon lambasından çeşitli doğrultularda çıkan ışığın "toplanıp" yakınsanarak filmde ve projeksiyon merceğinden geçip perdeye ulaşmasını sağlar. Toplayıcı mercekleri çıkarılırsa perdede görüntü yine görülür fakat şiddeti çok zayıflamıştır.



Şekil-11. Bir slayt projeksiyonundaki odaklayıcı mercek-ayna düzeneği.

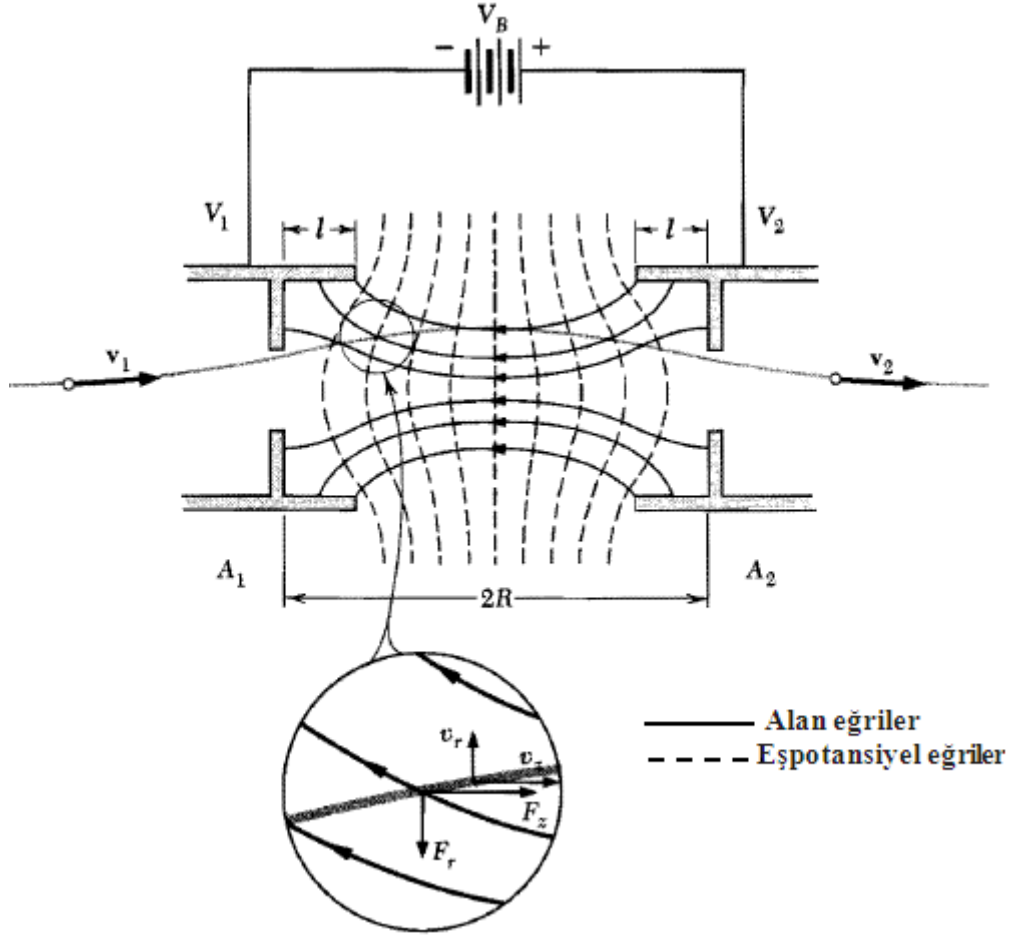
Şekil-12 çeşitli elektron demetinin kesitini göstermektedir. Hızlandırıcı ve odaklayıcı alanlar başlıca elektrotlar arasındaki bölgelerde bulunur; eş potansiyel yüzeyler ile aşağı yukarı tümüyle çevrili bulunduğu için A_1 ve A_2 'nin iç bölgelerinde hemen hiç alan yoktur.



Şekil-12. Tipik bir katot ışını tüpünün elektron tabancası kısmının kesit görünümü.

A_1 'in iki ucundaki alanların odaklama işlemini nitel olarak anlamak için A_1 ve A_2 arasındaki bölgeyi göz önüne alalım. Bu bölgenin kesitinin büyütülmüş hali Şekil-13'de gösterilmiştir. Şekil aynı zamanda birkaç eşpotansiyel yüzeyin ve elektrik alan kuvvet çizgisinin kesitini de göstermektedir. Eksenden uzaklaştırıcı enine v_r hız bileşeni ile A_1 'den çıkan bir elektron, enine alan bileşeninin eksene doğru çeken etkisiyle karşılaşır. Elektron A_2 'ye ve $\mathbf{E}$ 'nin E_r enine bileşeninin onu eksenden uzaklaştırdığı bölgeye yaklaşırken E_z eksensel bileşeni ile de hızlanır. Bu bölgede daha hızlı hareket ettiği için dışarı doğru olan itme daha önceki içeri doğru itmeden daha küçük kalır ve dolayısı ile elektronun net sapması eksene doğru olur.

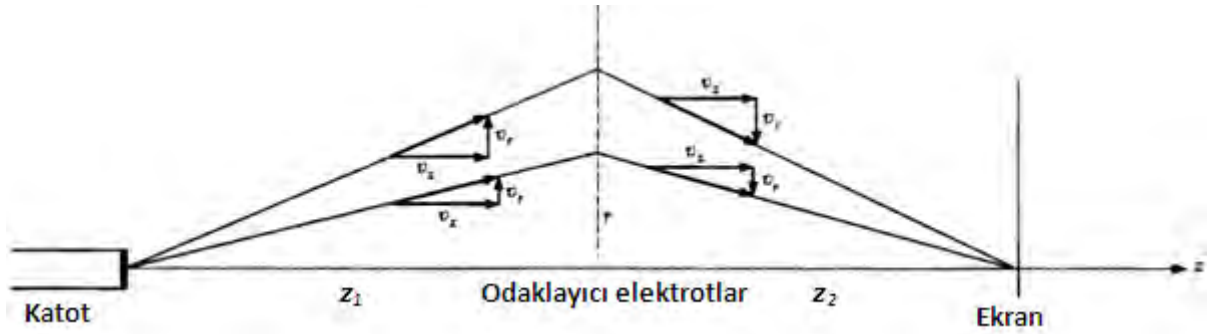
Potansiyel kutupları ters çevrilse de odaklama olur. Bu durumda demet ilk önce dışarı doğru itilir. Sonra yavaşlatılır ve daha sonra A_1 'ye yaklaşırken içeri doğru çekilir. Elektronlar ikinci bölgede birincidekinden daha fazla kaldıklarından sonunda içeriye doğru çekilmiş olurlar.



Şekil-13. Odaklama bölgesindeki elektrik alan çizgileri ve eş-potansiyel eğrilerinin ayrıntılı görünümü.

Odaklama işleminin temel geometrisi, tüm elektron yörüngesini basitleştirilmiş bir şekilde veren Şekil-14’de gösterilmiştir. Burada odaklayıcı elektrotlar arasındaki yolun toplam yol uzunluğuna göre küçük olduğu varsayılmıştır.

Elektronların G_2 birinci hızlandırıcı elektrotundan aşağı yukarı aynı v_z eksensel hız bileşeni, fakat farklı v_r radyal bileşenleri ile çıktığını düşünelim. O zaman elektronlar, eksenden olan uzaklıkları v_r değerleri ile orantılı olacak şekilde, eksenden çeşitli r uzaklıklarında odaklama bölgesine ulaşırlar. Odaklama bölgesinin görevi farklı v_r ’lerle gelen elektronları ekrana doğru yeniden toplamak için v_r ’leri yeterince değiştirmektir. Böylece v_r ’lerin son değerleri de r ile orantılı olmalıdır. Şu halde odaklamada temel koşul, her elektron için Δv_r radyal hız değişiminin r ile orantılı olmasıdır. Bu durum ıraksak ışık ışınlarının yakınsak bir mercek ile odaklanmasına benzer. Uygulamada odaklama bölgesinin uzunluğu toplam yol uzunluğuna göre ihmal edilemediğinden durumun optik benzeri kalın mercek halidir (Kalın kenarlı mercek değil). İlerde göreceğimiz gibi, elektrostatik odaklamada da optik bağıntıya çok benzeyen bir mercek Eşitliği ve hatta bir de “kırılma indisi” vardır.



Şekil-14. Odaklama işleminin temel geometrisi.

Elektron hareketini daha ayrıntılı olarak incelemek için A_1 ve A_2 arasındaki bölgenin E elektrik alanını Şekil-13'de gösterildiği gibi eksensel ve E_r radyal bileşenler cinsinden gösterelim. Uç bölgeler dışında E_z 'nin hemen hemen aynı biçimde ve E_r 'nin yalnız uç bölgelerde sıfırdan fazlaca farklı olduğunu varsayalım. Bu iki bileşenin birbirinden bağımsız olmadığını bulacağız; eğer E_z düzgün ise E_r eksenden olan r uzaklığı ile oranlı olmalıdır. Bu bağıntının odaklama işleminde çok önemi vardır. Elektronun v hızını v_z eksensel ve v_r radyal bileşenleri ile gösterelim. Şimdi V_1 , A_1 'in ve V_2 de A_2 'nin katoda göre potansiyelleri olsun. Elektronların katottan hiç bir ilk hız olmadan ayrıldıklarını düşünersek A_1 ve A_2 içindeki hızları sıra ile

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = e V_1 \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2} m v_2^2 = e V_2 \quad (9)$$

enerji bağıntıları ile verilir. Böylece elektronlar A_1 ve A_2 arasındaki bölgeye v_1 eksensel hızı ile girer. Başlangıçta elektronun eksenden bir r uzaklığında bulunduğunu düşünelim. l yolunu alması için geçen zaman $\Delta t = l / v_1$ dir. Bu süre boyunca $-e E_r$ ışımsal alan kuvveti elektrona

$$-e E_r \Delta t = - \frac{e E_r l}{v_1} \quad (10)$$

itmesini verir. Bu itme enine momentumdaki $m \Delta v_r$ değişimine eşittir ve böylece elektron hızının radyal bileşenindeki değişme

$$\Delta v_r = - \frac{e E_r l}{m v_1} \quad (11)$$

ile verilir. Bu durumda elektron orta bölgeyi

$$E_z = \frac{(V_2 - V_1)}{2R} \quad (12)$$

ile verilen E_z düzgün eksensel alanın etkisi altında geçer. Bu alan elektronun hızının ışımsal bileşenini değiştirmeden eksensel hızını v_1 'den v_2 'e çıkarır. Son olarak, ikinci uç bölgedeki hızın ışımsal bileşeni Eşitlik (11)'de v_1 yerine v_2 koymakla elde edilen

$$\Delta v_r = + \frac{e E_r l}{m v_2} \quad (13)$$

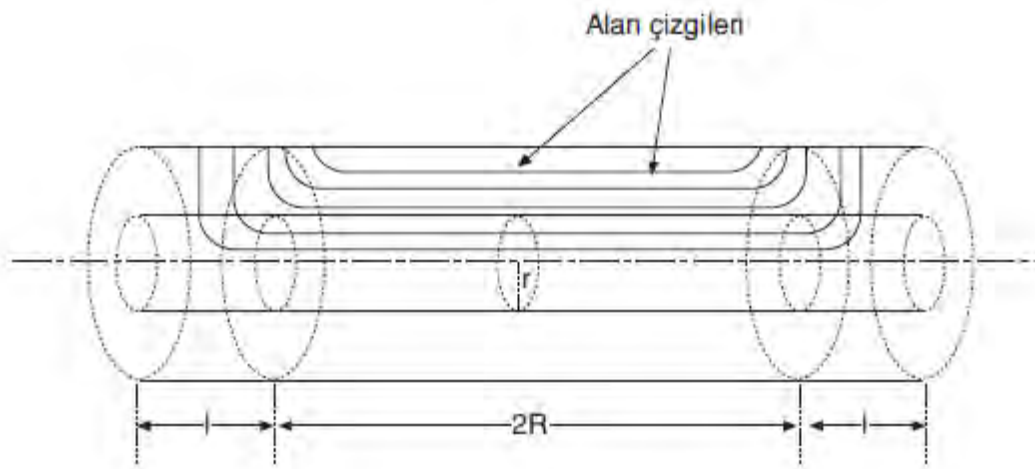
niceliği kadar değişir. Şu halde v_r 'deki net değişme

$$\Delta v_r = - \frac{e}{m} E_r l \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (14)$$

O halde yukarıda işaret edildiği gibi E_r bileşeni, E_z eksensel bileşenine bağlıdır. Bu bağıntıyı elde etmenin en kolay yolu eksenli elektrotlarla aynı r yarıçaplı bir silindire Gauss yasasını uygulamaktır. Şekil-15’de gösterildiği gibi silindirin merkezinden geçen akı çizgilerinin çoğu l boyundaki uç bölgelerden çıkar. Bu silindirin merkezinden r yarıçaplı bir kesitten geçen akı $\pi r^2 E_z$ olup uç bölgelerden birinden geçen radial akı $2\pi r l E_r$ ’dir. Bunların birbirine eşit olması gerektiğinden

$$E_r = \frac{r}{2l} E_z = \frac{r}{2l} \frac{V_2 - V_1}{2R} \quad (15)$$

elde edilir.



Şekil-15. Elektrotlarla aynı eksenli ve yarıçaplı Gauss yüzeyi.

Bu E_r ’nin gerçekten r ile orantılı olduğunu gösterir. Bu sonucu Eşitlik (14)’de kullanarak

$$\Delta v_r = - \frac{e}{m} \frac{r}{4R} (V_2 - V_1) \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (16)$$

elde ederiz. Bu bağıntı odaklamanın gereksediği gibi Δv_r ’nin de r ile orantılı olduğunu gösterir. $V_2 - V_1$ niceliği v_1 ve v_2 hızlarına Eşitlik (9)’da verilen enerji bağıntıları ile bağlıdır. Bu bağıntılardan

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{2e} (v_2^2 - v_1^2) \quad (17)$$

elde edilir. Bunu Eşitlik (16)’ya taşırsak

$$\Delta v_r = - \frac{r}{8R} (v_2^2 - v_1^2) \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (18)$$

bulunur.

Son olarak Δv_r 'yi Şekil-14'de gösterilen z_1 cisim ve z_2 görüntü uzaklıklarına bağlayalım. v_r 'nin ilk değerinin $v_{r1} = rv_1/z_1$ ve son değerinin $v_{r2} = -rv_2/z_2$ olduğunu görmek mümkündür (Bu şekilde birinci bölgedeki benzer dik üçgenden $r/z_1 = v_{r1}/v_1$ ve ikinci bölgedeki benzer dik üçgenlerden $r/z_2 = v_{r2}/v_2$ yazılabildiği için). Öyle ise ışınsal hızdaki değişme

$$\Delta v_r = v_{r2} - v_{r1} = -r \left(\frac{v_1}{z_1} + \frac{v_2}{z_2} \right) \quad (19)$$

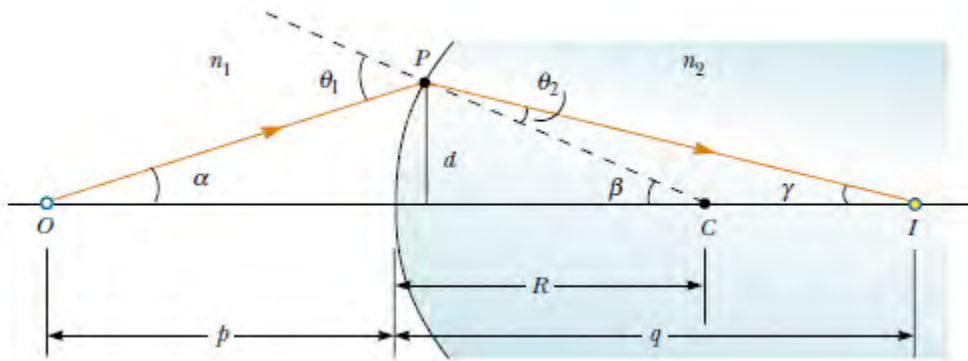
dir. Bunu Eşitlik (18) ile birleştirerek ve

$$n = \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1/2} \quad (20)$$

kısaltmasını kullanarak sonunda

$$\frac{1}{z_1} + \frac{n}{z_2} = \frac{(n-1)^2(n+1)}{8nR} \quad (21)$$

elde ederiz. Bu eşitlik geometrik optikte Şekil-16'deki gibi kırıcı bir yüzeyin görüntü oluşturma eşitliğine çok benzemektedir (Eşitlik (22)). Bunun için *Fundamentals of Physics - Halliday and Resnick kitabına bakabilirsiniz*. Yalnız elektrostatik merceklerin odak uzaklığı n 'ye daha karışık bir şekilde bağlıdır.



Şekil-16. Kırıcı cam bir yüzeyin görüntü oluşturma.

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (22)$$

G_2 ve A_1 arasındaki odaklama bölgesi için de tam benzer bir inceleme yapılabilir. Bu iki bölge birlikte kalın bir merceğin iki yüzeyi gibi davranır ve bileşik ortak odak uzaklığı ve ana düzlemlerin konumları, ayrı ayrı odak uzaklıklarından hesaplanabilir. Uygulamada, oranlar öyle seçilir ki elektronlar odaklayıcı anot içinde hemen hemen eksene paralel hareket etsinler. Şu halde $A_1 - A_2$ bölgesinin etkisi paralel bir demeti perde üzerine odaklamaktır.

3BP1 ve benzer tüplerdeki elektron tabancası, $\frac{V_2}{V_1} = 4$ veya kırılma indisi yaklaşık olarak $n = 2$ olacak şekilde düzenlenmiştir. Bu değeri Eşitlik (21)'de $z_1 = \infty$ ve $z_2 = 16 \text{ cm}$ (A_1 'den ekrana olan yaklaşık uzaklık) ile birlikte yerine koyarak R etkin değerini yaklaşıkça $1,5 \text{ cm}$ buluruz.

Eşitlik (21)'e dönersek, $A_1 - A_2$ bölgesinin odak uzaklığının, istenilen 16 cm değerini alması için n 'nin

$$\frac{n}{16 \text{ cm}} = \frac{(n-1)^2(n+1)}{8n(1,5 \text{ cm})}$$

veya

$$(n-1)^2(n+1) - \frac{3}{4}n^2 = 0 \quad (23)$$

eşitliğini sağlaması gerekir. Bu bir kübik eşitlik olduğundan üç kökü vardır. Biraz önce işaret edildiği gibi köklerden birisi $n = 2$ 'dir. Bu, öteki ikisini bulmakta kullanılabilir. Eşitlik (23)'ü $(n-2)$ 'ye bölünce ikinci dereceden bir eşitlik elde ederiz. Bu eşitliğin çözümü öteki iki kökü verir. Birisi eksidir ve bu nedenle hiç bir anlamı yoktur (Niçin?). Öbürü yaklaşık olarak $n = 0,58$ 'dir. Bu odaklama için gerekli öteki iki gerilim oranını verir

$$V_2/V_1 = 1/3 \quad (24)$$

Elektron demetinin şiddeti G_1 elektrodundaki delikten çıkan elektron akısına bağlıdır. G_1 , öteki elektrotlardaki potansiyellerin etkisinden katodu hemen hemen tümcek korur. Genellikle G_1 in potansiyeli K 'ya göre eksidir ve oluşan alan elektronları katoda doğru geri çevirmeye çalışır. Bazıları termik uyarmadan bu engeli aşacak kadar enerji alır. Fakat G_1 daha eksi oldukça G_1 'den daha az elektron çıkar. Bildiğimiz elektronlu lambalardaki adlandırmaya dayanarak G_1 'e genellikle denetim kafesi denir. Elektriksel perdeleme tam etkili olamadığından demeti büsbütün kesmek için gerekli eksi gerilim ve demet şiddeti bir dereceye kadar hızlandırıcı gerilime bağlıdır.

DENEY

1. ELEKTRİKSEL BAĞLANTILAR

Deney EA-1'de kullanılan devrenin aynısı kullanılarak odaklama koşulu yoklanabilir (Bakınız Şekil-8). Ters odaklama odaklama koşulunu elde etmek için KIT'ten gelen mavi kabloyu V_1 gerilimine ve kırmızı kabloyu ise V_2 gerilim ucuna bağlayınız. (Bu işlem sırasında güç kaynağını kapatmayı unutmayınız.) Bu durumda P_1 potansiyometresi ile V_1 odaklama (focus) gerilimini ve P_2 potansiyometresi ile de V_2 hızlandırma gerilimini ayarladığınızı unutmayınız. Eşitlik (24)'ü kullanırken buna dikkat etmemiz gerektiği açıktır. (Olası bir ters anlamayı önlemek için laboratuvar görevlilerine danışabilirsiniz.) İkinci odaklama koşulunu bulunuz, gerilimleri ölçünüz ve yukarıdaki tartışma ile karşılaştırınız. Birinci ve ikinci odaklama koşullarını çeşitli V_1 ve V_2 değerleri için tekrarlayınız.

2. DENETİM KAFESİ

G_1 elektrotunun etkisini incelemek için Şekil-8'deki devreye dönelim. Demet tamamen kesilinceye kadar G_1 eksi gerilimini (V_3) güç kaynağı üzerindeki parlaklık (brilliance) düğmesi ile artırınız ve kesilme için gerekli değerini ölçünüz.

Bundan sonra hızlandırma ve odaklama gerilimlerini değiştirip deneyi tekrarlayınız. Kesilme gerilimi öteki gerilimlere bağlı mıdır?

UYARI

G_1 gerilimi sıfır iken tüpü çalıştırmayınız. Elektron demeti o kadar şiddetli olur ki ekranın fazla dövülmesi, floresan maddeyi kimyasal olarak değiştirip etkinliğini bozar, ekranda elektronların çarptığı bölgeyi “ölü bir nokta” bırakacak kadar ısıtır.

SORULAR

1. Elektron tabancasının elektrostatik mercek sistemi tüpün perdesinde bir görüntü oluşturur. Bu görüntüyü veren cisim nedir?
2. Eşitlik (23)'ün eksi kökünün niçin fiziksel bir anlamı yoktur?
3. Uygulamada tüpün çalışmasında odaklama için $n = 0,58$ yerine niçin $n = 2$ seçilir?
4. G_1 ' den çıkan bütün elektronların tam olarak aynı hızda olmamaları odaklanmayı nasıl etkiler?
5. Düşey saptırıcı levhalara sinüslü olarak değişen bir gerilim uygulansa ve G_1 gerilimine de aynı frekanslı daha küçük bir gerilim eklenseydi ne olurdu?

Deney *EA - 3*

Elektronların Manyetik Sapması

GİRİŞ

Bu serinin ilk iki deneyi elektronların, elektrotlardaki durgun yüklerin oluşturduğu elektrik alanlarında hareketi ile ilgili idi. Bu deneyde elektronların hareketine manyetik alanların ($\mathbf{B}$) etkisini göz önüne alacağız. Elektrik alanı duran iki yüklü parçacığın etkileşmesini nasıl anlatıyorsa, manyetik alan da birbirine göre hareketli yüklü parçacıkların etkileşmesini anlatır. Elektrik alanı birim yükü etkileyen kuvvet olarak, manyetik alan da birim akım ögesini etkileyen kuvvet olarak tanımlanır.

Bir manyetik alan bir iletkenin geçen akımla oluşturulabilir. Uzun doğru bir iletkenin çevresinde oluşan manyetik alan iletkeni saran dairesel alan çizgileri ile gösterilebilir. Manyetik alan içinden $\mathbf{v}$ hızı ile geçen yüklü bir parçacığa manyetik kuvvet etki eder.

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (25)$$

Bu kuvvetin büyüklüğü

$$F = qvB \sin \theta \quad (26)$$

bağıntısı ile verilir. Doğrultusu ise $\mathbf{B}$ ve $\mathbf{v}$ vektörlerine diktir.

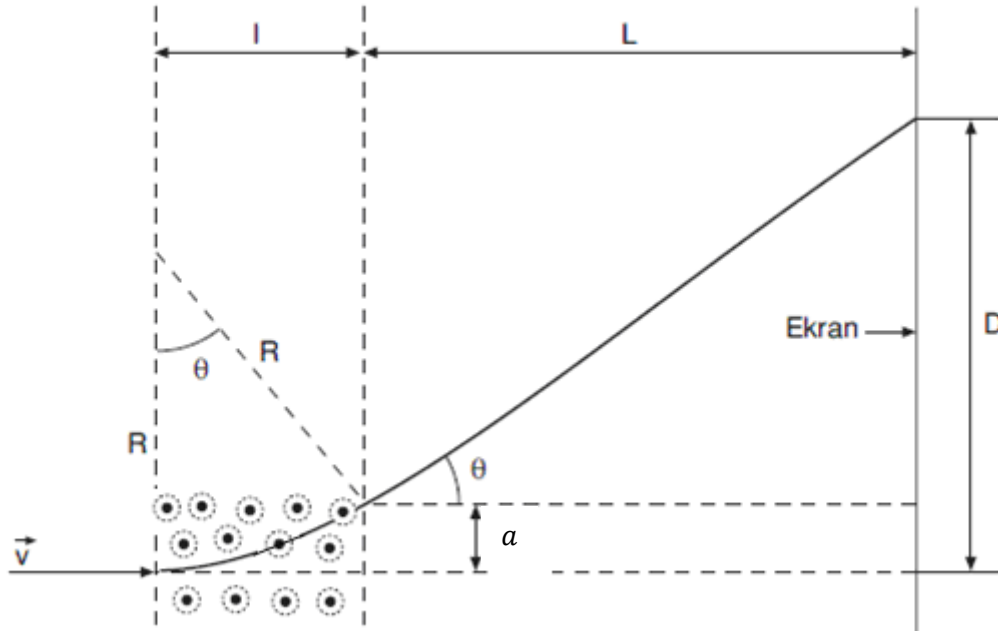
Hatırlayacağımız üzere $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ vektörlerinin vektörel çarpımı, büyüklüğü $|\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \theta$ olan, doğrultusu $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ 'nin düzlemine dik ve yönü $\mathbf{A}$ 'dan $\mathbf{B}$ 'ye doğru döndürülen bir sağ vidanın ilerleme yönü olan bir üçüncü vektör olarak tanımlanır.

Şu halde manyetik alandan geçen bir elektron, doğrultusu daima $\mathbf{B}$ manyetik alanına ve o andaki $\mathbf{v}$ hızına dik, büyüklüğü hızın alana dik bileşeni ile oranlı olan bir $\mathbf{F}$ kuvveti ile hızlandırılır. $\mathbf{F}$ ve $\mathbf{v}$ 'nin doğrultuları arasındaki bu bağıntının önemli bir sonucu, parçacık etkileyen manyetik kuvvete hep dik olarak hareket ettiği için, üzerinde hiçbir iş yapılmadığıdır. Bu nedenle manyetik alan içinde hareket eden parçacığın kinetik enerjisi dolayısıyla hızın büyüklüğü sabit kalmalıdır (Hızın doğrultusu değişebilir). Bu deneyde bir elektron demetinin bu demete dik doğrultuda yönelmiş bir manyetik alan içindeki sapmasını gözleyeceksiniz.

Şimdi Şekil-17'deki durumu inceleyelim. Tıpkı EA-1 deneyindeki gibi elektronlar, elektron tabancasından

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV_2 \quad (27)$$

enerji bağıntısı ile verilen bir $\mathbf{v}$ hızı ile çıkar. Bundan sonra elektron demeti, şekil düzlemine dik bize doğru yönelmiş düzgün bir $\mathbf{B}$ manyetik alanın bulunduğu l uzunluğunda bir bölgeye girer (Manyetik alanın kaynağı üzerinde ileride durulacaktır). Ortaya çıkan manyetik alan kuvvetinin büyüklüğü $F = evB$ 'dir ve görüldüğü gibi doğrultusu hıza hep diktir. Bundan başka bu kuvvetin oluşturduğu ivme $\mathbf{v}$ 'ye hep dik olduğundan yukarıda tartışıldığı gibi yalnızca hızın doğrultusunu (büyüklüğünü değil) değiştirecektir ve böylece parçacık hareketini sabit süratle sürdürecektir.



Şekil-17. Katot ışını tüpünde elektronların hızına dik manyetik alan uygulanması.

Şu halde elektron manyetik alan kuvvetinin etkisi altında dairesel bir yay üzerinde hareket eder. Merkezil kuvvetin büyüklüğü mv^2/R olduğunu biliyoruz. Bu kuvvet manyetik alanın uyguladığı evB kuvvetine eşit olacaktır:

$$\frac{mv^2}{R} = evB \quad \text{ve} \quad R = \frac{mv}{eB} \quad (28)$$

Şekil-17'den görüldüğü gibi elektronlar manyetik alandan çıktıktan sonra ilk geldiği eksen doğrultusu ile θ açısı yapan bir doğru boyunca hareket eder.

Bu şekilden

$$\sin\theta = \frac{l}{R} = \frac{leB}{mv} \quad (29)$$

ile verildiğini ve alandan çıktığı noktada yanlamasına a uzaklaşmasının

$$a = R - R\cos\theta = \frac{mv}{eB}(1 - \cos\theta) \quad (30)$$

olduğunu buluruz. Son olarak demet, sapmamış demet konumundan D uzaklığında bir noktada perdeye vurur. Şekilden görüldüğü gibi toplam kayma

$$D = L \tan\theta + a \quad (31)$$

ile verilir. θ ve a için yukarıda belirtilen bağıntıları bu eşitlikte yerlerine koyduğumuzda daha karışık bir sonuç elde ederiz. Bu deneyde açısal sapmaların küçük olması nedeniyle $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$ yaklaşıklıklarını alabiliriz. Böylece elde ettiğimiz sonuç oldukça basitleşmiş olur. Bu durumda D toplam sapmasının

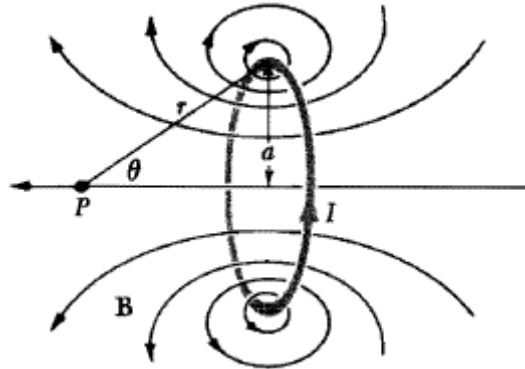
$$D = L \theta + R \left(\frac{\theta^2}{2} \right) = \frac{leB}{mv} \left(L + \frac{l}{2} \right) \quad (32)$$

olduğunu buluruz. Enerji bağıntısı olan Eşitlik (27)'yi kullanarak

$$D = \left[\frac{leB}{(2meV_2)^{1/2}} \right] \left(L + \frac{l}{2} \right) \quad (33)$$

elde ederiz. Beklediğimiz gibi bu bağıntı, demet sapmasının B manyetik alanı ile oranlı olduğunu gösterir. Burada D , hızlandırıcı potansiyelin karekökü ile ters oranlıdır; bu sonuç, Deney EA-1'deki elektrostatik sapmaya ters düşer. Orada sapma V_2 'in karekökü ile değil kendisi ile ters oranlı idi. Buradaki fark manyetik alan kuvvetinin yapısından ileri gelen ek bir hız bağımlılığındandır.

Yukarıda tanımladığımız ayırıcı özellikleri olan yani belli bir bölge içinde düzgün, dışında sıfır olan bir manyetik alanı nasıl oluşturabiliriz? Açıkça görüldüğü üzere, uzun doğru bir iletken telin alanının bu özeliği yoktur. Fakat alan bir noktadan başka bir noktaya doğru yavaşça değişir. Bununla birlikte, eğer bu tel dairesel bir halka şeklinde bükülürse akı çizgileri Şekil-18'de gösterildiği gibi, bu halka içerisinde yoğunlaşır ve böylece alan çember merkezinde halka dışındakinden daha kuvvetli olur.



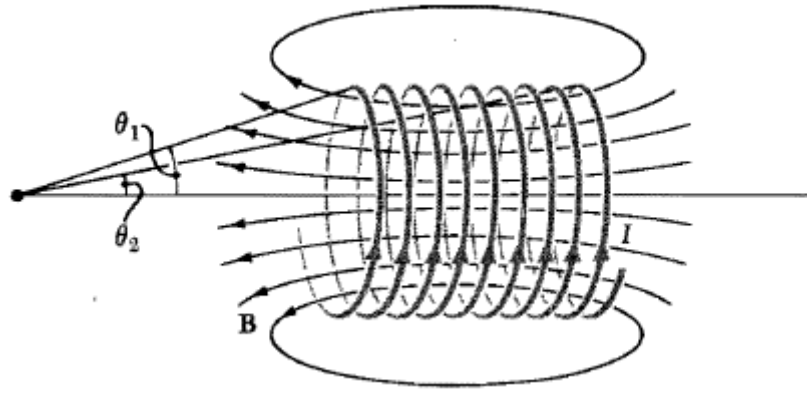
Şekil-18. İçinden akım geçen bir halkanın civarında oluşan manyetik alan çizgileri.

Halka eksenindeki P noktasındaki manyetik alanın

$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{2a} \right) \sin^3 \theta \quad (34a)$$

ifadesi ile verildiğini göstermek zor değildir (*Bunun için Fundamentals of Physics - Halliday and Resnick kitabına bakabilirsiniz*).

Bu etki Şekil-19'daki gibi bir silindir üzerine yanyana dizilmiş bir kaç halkayı kullanmakla artırılabilir. Bu çeşit bir gerece kangal denir.



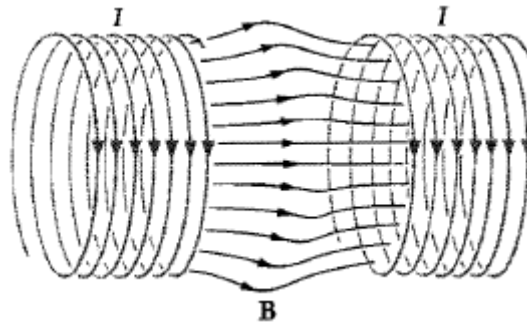
Şekil-19. Bir kangalın civarında oluşan manyetik alan çizgileri.

Açıkça görüldüğü gibi kangalın eksenindeki alanı kangalı bir halkalar dizisi olarak düşünüp her bir halkanın katkısını ekleyerek hesaplayabiliriz. Bu hesaplama göre boyu çapından uzun olan bir kangal içinde alan eksen boyunca ve silindir kesiti üzerinde aşağı yukarı düzgündür ve

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad (34b)$$

ile verilir. Burada N toplam sarım sayısı ve L de kangalın uzunluğudur.

Katot ışını tüpü içine bir akım kangalı yerleştirilebilir. Fakat Şekil-20’de gösterildiği gibi iki kangal düzenlemek daha kolaydır ve aynı sonucu verir. Görüldüğü gibi düzenlemede alan çizgileri yayılır ve böylece Eşitlik (34a) ile verilenden biraz daha zayıf bir alan verir, fakat bu alan bir kangalınkinden biraz daha geniş olan bir bölgede oluşur. Bu nedenle teorik önerilerimizle çok incelikli bir nicel uyuma beklememeliyiz. Bununla birlikte demet sapmasının kangal akımına ve hızlandırıcı potansiyele olan bağılılığı bu farklar yüzünden değişmemelidir.



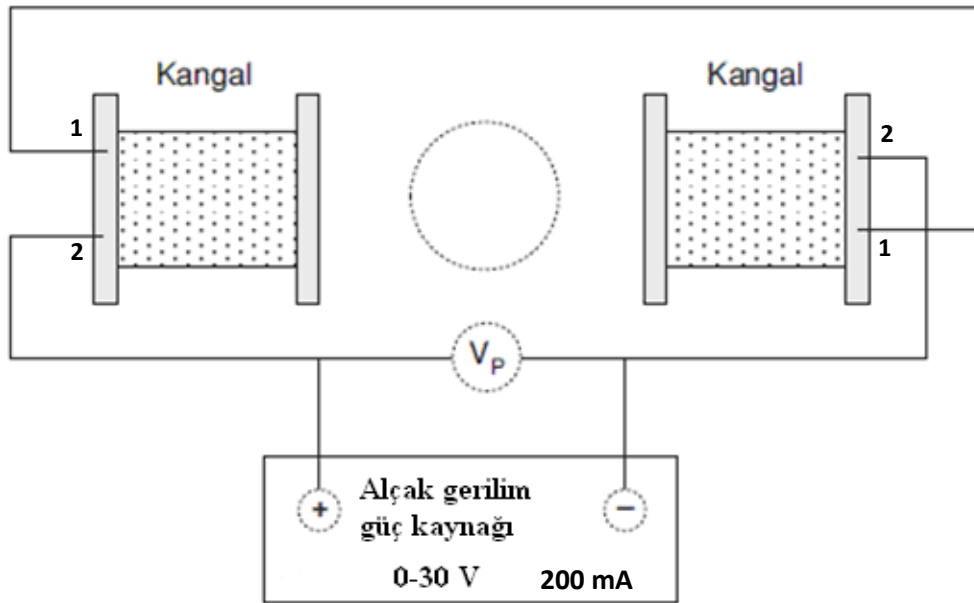
Şekil-20. Seri bağlı iki kangal arasındaki manyetik alan çizgileri.

DENEY

1. MANYETİK SAPMA

Elektron tabancasının elektrotları Deney EA-1 (Bakınız Şekil-8)'deki gibi bağlanmıştır. Saptırıcı levhalar bu deneyde kullanılmayıp toprağa bağlanmalıdır. Bu, levhalarda gereksiz sapmalara yol açan durgun yük birikmesini önler.

Deneyde kullanacağımız her kangalın sarım sayısı 3000 ve direnci yaklaşık 125Ω 'dur. Deneyde kangalların L uzunluğunu ölçünüz. Şekil-21'de gösterildiği gibi iki kangal alanları eklenebilecek şekilde seri olarak bağlanmalıdır. Bu kangallardan akım sürmek için 0-30 V'luk uygun bir doğru gerilim (DC) kaynağı kullanılabilir. Kangal akımını ölçmek yerine gösterildiği gibi V_s gerilimini ölçmek daha kolay olur. Sarımların Ohm yasasına uyduğunu varsayarak V_s , kangal akımı ile ve dolayısıyla manyetik alanla orantılı olur. Bobinler arasındaki manyetik alanın değerini gaussmetre ile ölçünüz.



Şekil-21. Manyetik alan kangalları ve KIT yerleşiminin şematik görünümü.

Demet sapmasını, V_2 hızlandırıcı potansiyelinin çeşitli değerleri için kangal geriliminin bir fonksiyonu olarak ölçünüz ve grafiğini çiziniz. Grafiklerin genel görünüşünün ne olacağını önceden kestirebilir misiniz? Daha sonra gaussmetre ile ölçtüğünüz manyetik alan değerlerine karşı kangal geriliminin grafiğini çiziniz. Grafiğin lineer olduğunu gördükten sonra, D 'nin B 'ye karşı çizilen grafiğinin eğiminden e/m oranını saptayınız (Eşitlik (33)'ü kullanarak).

2. YERİN MANYETİK ALANI

Bu deneyde ve Deney EA-1'de saptırıcı alanlar olmayınca perdedeki noktanın yerinin hızlandırıcı potansiyelin değişmesi ile değişeceğini görmüş oldunuz. Bu olayın bir nedeni yerin manyetik alanıdır. Tüp yüzünü bir kalemle işaretleyerek hiç bir sapmanın olmadığı tüp doğrultusu bulabilir misiniz? Bu konumda eksen ile yerin manyetik alan doğrultusu arasındaki ilişki nedir?

Şimdi sapmanın en çok olduğu bir konum bulmaya çalışınız. Eşitlik (33)'ü kullanarak B değerini hesaplayınız. Elektrotlar ferromanyetik olan ve dolayısı ile manyetik bir engel olarak davranan nikelden yapılmıştır. Bundan dolayı A_2 'den ayrılana kadar demette hiç bir önemli sapma olmaz. Yerin manyetik alanının doğrultu ve büyüklüğü için bulduğunuz değerleri el kitaplarındakilerle karşılaştırınız.

SORULAR

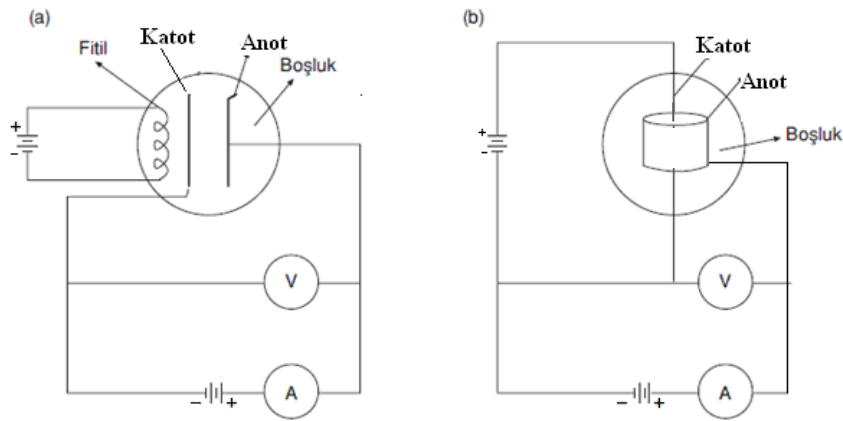
1. Elektron yükünün eksi yerine artı olduğunu varsaydık, KIT'de ne gibi değişiklikler yapılması gerekcekti ve demetin bir manyetik alandaki sapması nasıl değişecekti?
2. Sapma açısı küçük olmak üzere demet sapmasının, manyetik alan düzgün olmasa bile kangel akımı ile oranlı olduğunu gösteriniz.
3. Yerin manyetik alanı için bulduğunuz sonuçlar el kitabındaki değerlerle uyuyor mu?
4. Eğer deney, manyetik alan KIT eksenine paralel olacak şekilde düzenlenecek olsaydı ne olurdu? Bu deneyde kullanılan aygıtla bu yapılabilir mi?
5. Manyetik alana ek olarak saptırıcı levhaların bir çiftine bir gerilim uygulanırsa iki sapma birbirini götürür. Bu levha çifti için net sapma sağlanır ve ondan sonra hızlandırıcı gerilim artırılırsa ne olacaktır?
6. Bir manyetik alan elektron demetinin odaklanmasında kullanılabilir mi? Deney EA-2'de tartışılan elektrostatik odaklamaya benzer şekilde çalışabilecek olan bir manyetik alan düzeneği düşünebilir misiniz?

Deney EA - 5

Diyot Tüpleri ve Magnetron Koşulu

GİRİŞ

Bu deneyde, elektronların bir diyot lamba içindeki hareketini ele alacağız. Diyot lambanın temel ilkesi Şekil-22’de gösterilmiştir. Genellikle katot ve anot denilen iki elektrot havası alınmış bir cam balon veya tüp içerisine yerleştirilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi katot ya doğrudan akım geçirilerek veya ayrı bir fitil ile dolaylı olarak 2500 K basamağında yüksek bir sıcaklığa kadar ısıtılır. Isıtılan katot termiyonik yayınlama denilen olayla elektron püskürtür. Metal yüzeyinden kurtulmaları için elektronlar, bir potansiyel enerji (iş fonksiyonu) engelini aşmak zorundadırlar, bunun için gerekli enerji bazı elektronlara termik uyarma ile verilir. Katot ne kadar çok ısınsa birim zamanda püskürtülen elektron sayısı o kadar çok olur.



Şekil-22. Diyot lambanın bağlantısı ve yapısı

Elektronlar katottan bir kez kurtulduktan sonra tüpün içindeki boşlukta serbestçe hareket ederler. Şekil-22’de gösterildiği gibi bir potansiyel farkı uygulanırsa katot ve anot arasında ortaya çıkan elektrik alanı elektronları anoda doğru sürükler. Elektronlar dış devreden dolanarak katoda geri dönerler. Böylece doğan akım ölçülebilir ve akımın öteki değişkenlere olan bağıllığı incelenebilir.

Katot ile anot arasındaki gerilim oldukça küçükse, çıkan elektronlar katot çevresinde uzay yükü adı verilen bir birikinti meydana getirirler. Katoda yakın bölgedeki bu eksi yükü değişen elektrik alanı çıkan elektronları tekrar katoda doğru çevirmeye çalışır. Gerilim yükselince uzay yükünün kenarındaki elektronlar anoda doğru daha hızlı hareket ederler; böylece uzay yükü azalır ve akım artan potansiyel ile artar. Bu durumda akımın uzay yükü ile sınırlanmış olduğunu söyleyebiliriz. Şeki1-22’de gördüğümüz basit düzlemsel geometri için ve anot ile katodun aynı eksenli silindirler olduğu geometri için de I akımının V potansiyelinin üç bölü iki ($3/2$) kuvveti ile orantılı olduğu gösterilebilir. Yani, akım uzay yükü ile sınırlanmış olunca

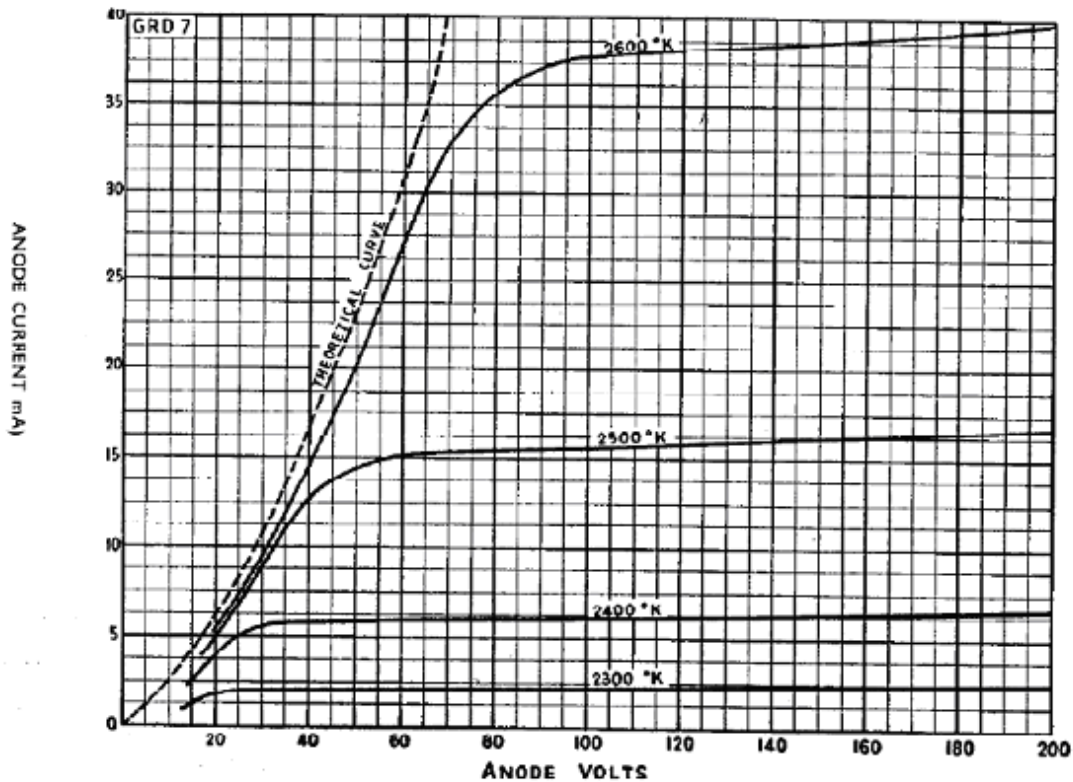
$$I = (sabit) V^{3/2} \quad (35)$$

dir. Bu önemli bağıntıya Langmuir-Child yasası veya “üç-yarım-kuvvet” yasası denir.

V arttıkça uzay yükü hemen hiç uzay yükünün kalmadığı bir noktaya erişilinceye kadar azalır. Bu durumda katottan çıkan elektronların hiçbiri katoda geri döndürülmez ve akım tümüyle elektronların katoddan yayınlanma hızına bağlı olur. Bu noktaya erişildikten sonra V 'nin daha fazla artması I 'yı artırmaz. Beklenildiği gibi maksimum yayınlanma hızı katod sıcaklığı ile hızla artar. Tipik bir diyot lambanın $I - V$ grafiği Şekil-23'de gösterilmiştir. Burada akım, çeşitli katot sıcaklıkları için gerilimin bir fonksiyonu olarak çizilmiştir. T 'nin her değerinde yeterince küçük V için I 'nın uzay yükü ile sınırlı olduğunu fakat daha büyük V değerleri için yayınlama ile sınırlı olduğunu göstermektedir. T arttıkça yayınlama ile sınırlı olma durumuna geçiş gittikçe yüksek V değerlerinde olur. Maksimum akım (yayınlama ile sınırlı olan) Richardson - Dushman eşitliği ile verilir.

$$I = AT^2 e^{-\Phi/kT} \quad (36)$$

Burada A bir sabit, T mutlak sıcaklık, Φ maddenin iş fonksiyonu (bir elektronun yüzeyden kurtulması için gerekli minimum enerji) ve k Boltzmann sabitidir. kT niceliği termik uyarıma ait ortalama enerjiyi belirler; şu halde akımın Φ/kT oranına bağlı olması akla yatkındır.

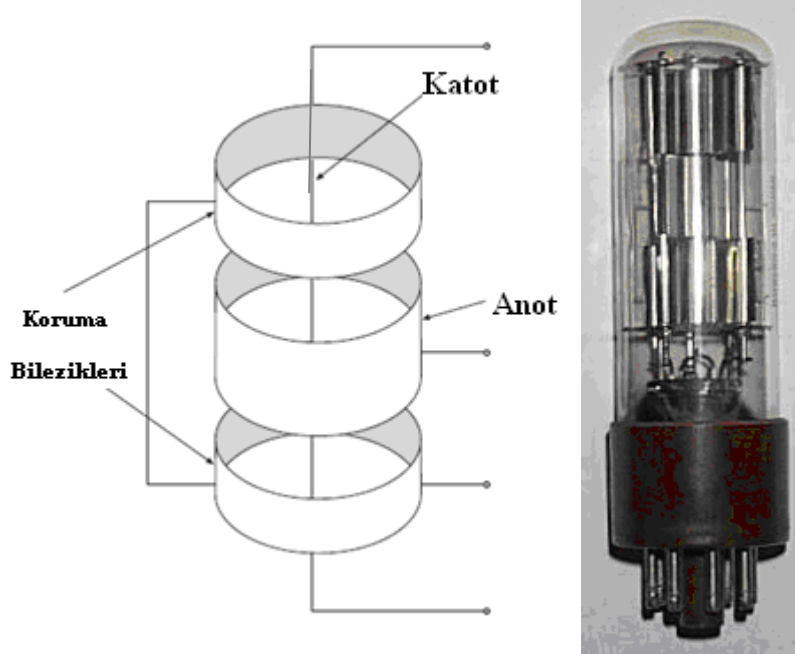


Şekil-23. Ferranti GRD7 diyot lambasının sabit T sıcaklıklarında I - V eğrileri.
(<http://www.shinjo.info/frank/sheets/074/g/GRD7.pdf>'den alınmıştır.)

Diyot tüpünün uygulamadaki yerlerinden biri doğrultucu olarak kullanılmasıdır; elektron akısı katoddan anoda doğrudur ve zıt yönde olamaz. Bunların özel bir uygulama yeri magnetron lambalarıdır ve yüksek frekans osilatörü olarak kullanılır. Magnetronun işleyişi bazı yönleri ile burada incelenecektir.

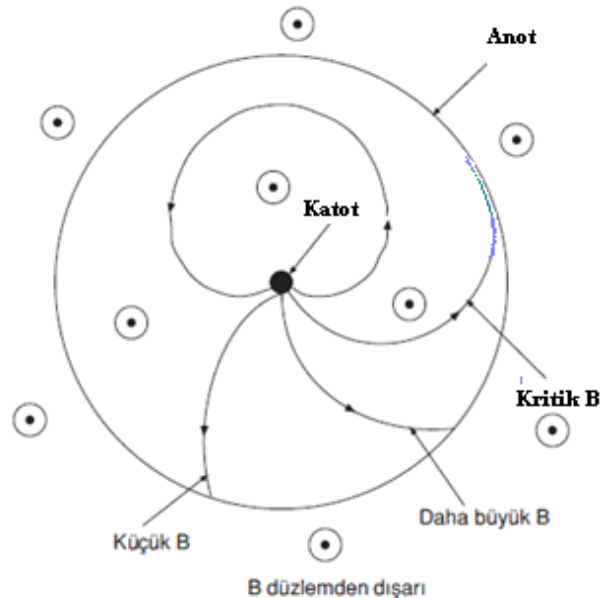
Bu deneyde kullanılan Ferranti GRD7 diydunun geometrisi ve resmi Şekil-24'de gösterilmiştir. Katot doğrudan geçirdiği akımla ısıtılan 0,125 mm çapında tungsten bir teldir.

Anot, iç çapı 6,5 mm ve uzunluğu 14,5 mm olan, eksenini katotla çakışan bir silindirdir. Uçlardaki iki silindire koruma bilezikleri denir, bunlar ortadaki parça ile aynı potansiyelde tutulurlar fakat ona elektrikçe bağlı değildirler. Bunların görevi ortadaki parçanın uçlarına yakın bölgede alan “kaçaklarını” olabildiğince azaltmak ve böylece ortadaki parçanın içindeki alanı sonsuz uzunlukta bir silindir ile telin oluşturduğu alanla hemen hemen aynı yapmaktır.



Şekil-24. Ferranti GRD7 diyot lambasının şematik geometrisi ve resmi.

Şimdi, katot ile anot arasındaki V potansiyeli ile oluşan radyal elektrik alanına ek olarak silindir eksenini boyunca düzgün bir B manyetik alanını uyguladığımızı düşünelim. Artık elektron hareketi daha karışıktır, fakat incelenmesi çok daha ilginçtir. Elektronlar katoddan ayrılıp anoda doğru hızlanmaya başladıklarında $F = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ manyetik alan kuvvetinin etkisi altında kalırlar. Bu manyetik kuvvetin etkisi Şekil-25’de gösterilmiştir; açıkça görüldüğü gibi bu etki elektron yörüngesini bükür. B alanı büyüdükçe kuvvet orantılı olarak artar ve elektronlar daha keskin biçimde bükülür. Sonunda B ’nin kritik bir değerinde elektron yörüngesi anoda ulaşmadan geriye katoda doğru bükülür. Bu duruma erişildiğinde anot akımında birden düşme olur.



Şekil-25. Manyetik alan içindeki elektronların izlediği yolun manyetik alan şiddetine bağlı davranışı.

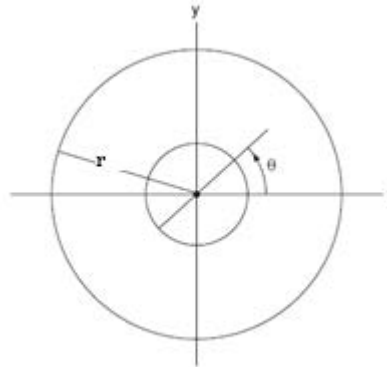
Potansiyel artırıldıkça B 'nin kesilme değerinde bir değişme bekleriz, fakat bunun hangi yönde olduğu açık değildir. Artan V , elektronları anoda doğru sürükleyen elektriksel kuvveti artırır, fakat aynı zamanda onların hızlarını da artırdığından manyetik (onları geriye katoda doğru çevirmeye çalışan) kuvvet de büyür. Bununla birlikte elektrik alanı V ile doğru orantılı olarak arttığı halde elektron hızları, $\frac{1}{2}mv^2$ kinetik enerjisi V ile orantılı olduğundan yalnızca $V^{1/2}$ ile orantılı olarak artar. Bunun için V artırılınca kesilme için daha büyük bir B değeri bekleriz. Daha ayrıntılı bir inceleme bu anlayışı destekler. Hesaplama B 'nin kesilme değerinin V 'ye

$$B = \left(\frac{8mV}{eb^2} \right)^{1/2} \quad (37)$$

eşitliği ile bağlı olduğunu ortaya çıkarır. Burada b anodun yarıçapıdır. Bu ifadeye magnetron koşulu denir.

Eşitlik (37)'nin çıkarılması, gerçekte bir klasik mekanik problemidir. Elektronların tekrar katoda dönmeden ulaşabildikleri maksimum $r = a$ uzaklığını bulmalıyız. Bu noktada r 'nin artması durur ve dolayısıyla dr/dt o anda sıfır olur. Özellikle dr/dt 'nin tam anot yüzeyinde ($r = b$) sıfır olduğu kesilme halinde B 'nin kritik değerini bulmak istiyoruz. İzleyeceğimiz yol hızın açısal bileşenini herhangi bir andaki r yarıçapı cinsinden belirtmek için $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ hareket Eşitliğini kullanmak ve ondan sonra dr/dt ile r arasında bir bağıntı bulmak için de enerji bağıntısını kullanmak olacaktır. Son olarak da dr/dt 'nin $r = b$ uzaklığında sıfır olması için gerekli B değerini bulacağız.

Bir elektronun konumunu belirtmek için Şekil-26'da gösterildiği gibi r , θ ve z silindirik koordinatlarını kullanacağız. Aynı zamanda hızın, ivmenin ve çeşitli alanların bileşenlerini r , θ ve z doğrultularındaki bileşenleri cinsinden vereceğiz.



Şekil-26. Polar koordinatlar.

Hız ile ivmenin bileşenleri silindirselsel koordinatlarda

$$\begin{aligned} v_r &= dr/dt & a &= d^2r/dt^2 - r(d\theta/dt)^2 \\ v_\theta &= r d\theta/dt & a_\theta &= r d^2\theta/dt^2 + 2(dr/dt)(d\theta/dt) \\ v_z &= dz/dt & a_z &= d^2z/dt^2 \end{aligned} \quad (38)$$

ile verilir. Bu bağıntılar çoğu klasik mekanik kitabında türetilmiştir. z doğrultusunda hiç bir ilk hız ve kuvvet olmadığından v_z ve a_z her zaman sıfırdır.

Görüldüğü gibi manyetik alan +z doğrultusundadır ve manyetik alan kuvvetinin bileşenlerini çıkarabiliriz.

$$\mathbf{F} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

olduğuna göre

$$\begin{aligned} F_r &= -ev_\theta B = -eBr \frac{d\theta}{dt} \\ F_\theta &= ev_r B = eB \frac{dr}{dt} \\ F_z &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

buluruz. θ doğrultusundaki tek kuvvet manyetik alan kuvvetinin θ bileşenidir. Böylece $F_\theta = ma_\theta$ hareket eşitliği

$$eB \frac{dr}{dt} = m \left[r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right] \quad (40)$$

şeklini alır. Bu eşitliğin her iki tarafını r ile çarpıp terimleri aşağıdaki gibi düzenleyerek

$$m \left[r^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2r \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right] - eBr \frac{dr}{dt} = 0 \quad (41)$$

elde ederiz. Bu bağıntının yakından incelenmesi sol tarafın yalnızca $[mr^2 (d\theta/dt) - \frac{1}{2} eBr^2]$ niceliğinin zamana göre türevi olduğunu gösterir. Zamana göre türev sıfır olduğu için nicelik sabit olmalıdır. Bu sabit değeri L ile gösterince

$$mr^2 \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{2} eBr^2 = L = \text{sabit} \quad (42)$$

elde ederiz. Bu bağıntının ilk teriminin bir elektronun eksene göre açısal momentumu olduğuna dikkat ediniz.

L 'yi hesaplamak için elektronların katoddan ($r = a$) önemsenmeyecek bir hızla ayrıldıklarını göz önünde tutunuz. Böylece $r = a$ 'da $\theta = 0$ almalıyız. Bu değerleri Eşitlik (42)'de yerlerine koyunca

$$L = \frac{1}{2} eBa^2 \quad (43)$$

elde edilir. Bu sonucu Eşitlik (42) ile birleştirip $d\theta/dt$ 'yi çözünce;

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{eB}{2m} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (44)$$

elde edilir. Şimdi enerji bağıntısına tekrar dönelim. Eşitlik (38) ile verilen hız bileşenlerinden kinetik enerjinin $\frac{1}{2}m((dr/dt)^2 + r^2 (d\theta/dt)^2)$ olduğunu buluruz. Potansiyel enerji $-eV(r)$ 'dir. Burada $V(r)$, r 'nin bir fonksiyonu olan elektrostatik potansiyeldir. V , $r = a$ 'da sıfır olacak şekilde tanımlandınca toplam enerji sıfır olur ve

$$\frac{1}{2} m \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] - eV(r) = 0 \quad (45)$$

enerji eşitliğini elde ederiz. Bu, Eşitlik (44) yardımıyla

$$\frac{1}{2}m \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)^2 \right] - eV(r) = 0 \quad (46)$$

şekline girer.

Bundan sonra, yukarıda gözlendiği gibi, tam kesilmedeki B alan şiddeti dr/dt 'nin $r = b$ 'de sıfır olması koşulu ile bulunur, bu koşul sağlandığında elektronlar anoda ancak ulaşır (kesin olarak değil). $V(r)$ potansiyelinin $r = b$ 'de, katoddan anoda V toplam potansiyel artması olmasını göz önünde tutup bu değerleri yerlerine koyunca

$$\frac{1}{2}m \left[0 + b^2 \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right)^2 \right] - eV = 0 \quad (47)$$

elde ederiz. Şimdiki durumda b , a 'dan çok daha büyük olduğu için a^2/b^2 terimini önemsememekle çok küçük bir hata yapmış oluruz, böylece

$$\frac{1}{2}mb^2 \left(\frac{eB}{2m} \right)^2 - eV = 0 \quad (48)$$

elde ederiz. B 'yi çözünce anot akımını kesmek için gerekli kritik alanın

$$B = \left(\frac{8mV}{eb^2} \right)^{1/2} \quad (49)$$

ile verildiğini ve bunun Eşitlik (37) ile uyduğunu görürüz.

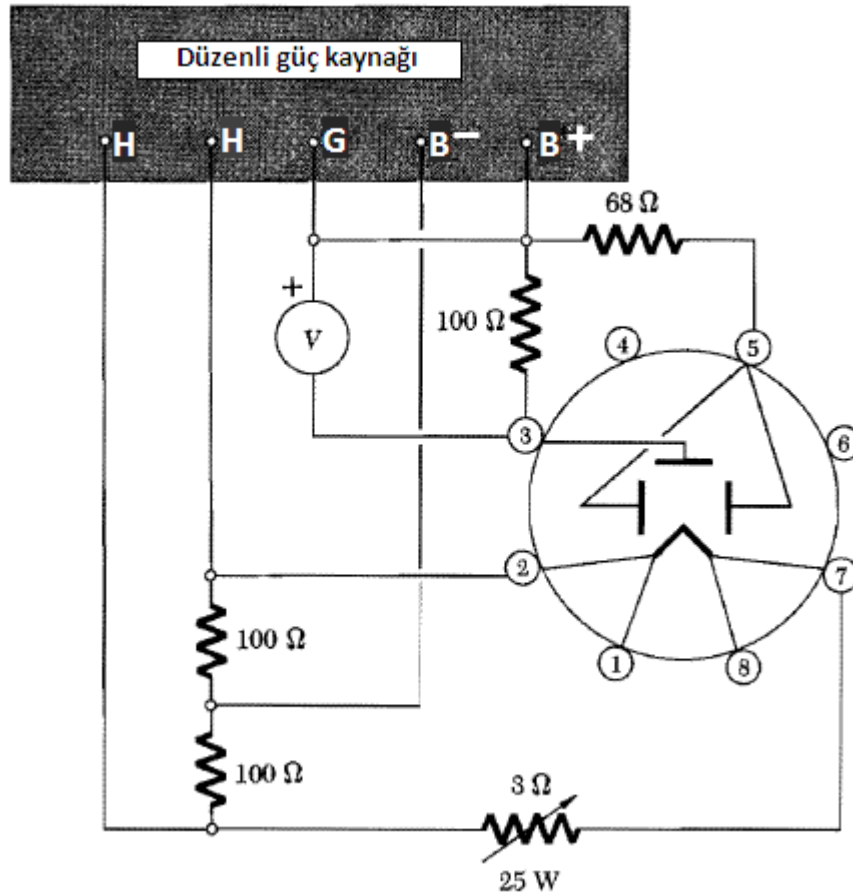
Bu çeşit elektron hareketi, magnetron denilen son derece yüksek frekanslı (10^{10} Hz basamağında) elektromanyetik dalgaları üretmek için kullanılan bir çeşit elektrik titreştiricilerinde görülür. Magnetrondaki elektrotlar rezonans boşluğu denilen kapalı bir yerin bir parçasını oluşturur ve dönen elektronlar elektromanyetik salınımları bu boşlukta meydana getirir.

DENEY

1. DİYODUN ÖZELİKLERİ

Diyodun özelliklerini incelemek için Şekil-27'de gösterilen devre önerilebilir. Fitol (katot) 6,3 V'luk güç kaynağı ile ısıtılıp sıcaklığı güç kaynağına seri olarak bağlı bir reosta yardımıyla denetlenebilir. Anodun orta kesiminden geçen akım, seri bağlı 100 k Ω 'luk dirençteki gerilim düşmesini ölçerek bulunabilir.

Anot potansiyelini yaklaşık 100 V alınız ve fitilin sıcaklığını orta anot akımı aşağı yukarı 1 mA oluncaya kadar artırınız. Eğer bir optik pirometre varsa fitil sıcaklığını ölçünüz. I 'yı V 'nin bir fonksiyonu olarak ölçerek grafiğini çizin. Anot gerilimini yeniden yaklaşık 100 V yapıp fitil sıcaklığını orta anot akımı aşağı yukarı 5 mA oluncaya kadar artırınız ve yukarıdaki ölçmeleri tekrarlayınız. Son olarak en büyük fitil sıcaklığında deneyi bir kez daha tekrarlayınız.



Şekil- 27. Diyot lamba ile magnetron olayını incelemek için kullanılan devrenin bağlantıları.

UYARI

B^+ ucu toprağa bağlanmış olduğundan voltmetre şasisi toprak potansiyelinde olacaktır. Bununla birlikte fitili besleyen uçlar ve dirençler, 300 V'a kadar çıkan bir eksi potansiyel de tutulur. Bu nedenle **dikkatli olunuz**.

2. LANGMUIR-CHILD YASASI

Elde ettiğiniz değerleri inceleyerek elektron salma sınırı orta gerilimde bulunan (örneğin 100 ile 150 V arasında) bir sıcaklıkta, I ile bunun karşılığı olan V 'den oluşan bir değerler takımı seçip bunları bir Log-Log grafik kağıdı üzerinde gösteriniz. Eğer varsa, hangi gerilim bölgesinde Eşitlik (35)'e uyulur?

1. RICHARDSON - DUSHMAN EŞİTLİKİ

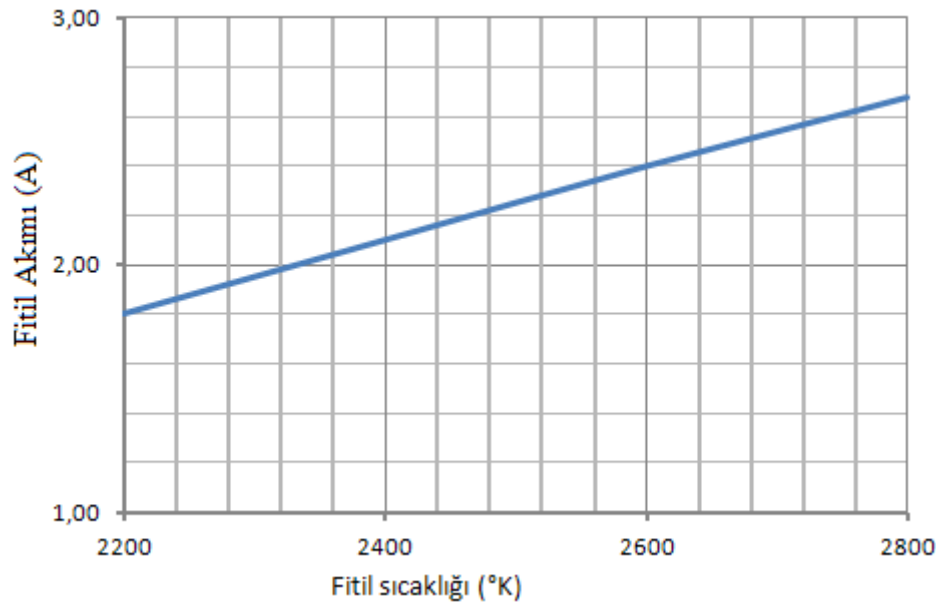
Her sıcaklıkta salma ile sınırlı akımın en büyük değerini olabildiğince kesinlikle bulunuz. I_{max}/T^2 yi $1/T$ 'nin fonksiyonu olarak çiziniz. Eğer bir optik pirometre yoksa fitil sıcaklıklarını Şekil-28'i kullanarak fitil akımından yaklaşık olarak bulabilirsiniz. Eğer Eşitlik (36) sağlanıyorsa bir doğru elde etmelisiniz. (Niçin?) Eğim ile doğrunun ordinatı kestiği yerden yararlanarak A ve Φ sabitlerini elde edebilmelisiniz.

4. MAGNETRON HALİ

“Magnetron” hareketini ve akım kesilmesini gözlemek için yukarıda kullanılan devreyi kullanınız, yalnız Deney EA-3 ve EA-4’de olduğu gibi diyodu, bir güç kaynağı ile beslenen bir akım kangalının içine yerleştiriniz. B büyüklüğü bu deneylerde belirtildiği gibi kangal akımından elde edilir.

İç çapı 8,0 cm, dış çapı 12,5 cm olan 10 cm uzunluğundaki bir kangalın merkezindeki alan, ideal çok uzun bir kangal için beklediğimizden yaklaşık olarak 0,7’si kadardır.

Kesilme alanını diyoda uygulanan çeşitli potansiyel değerleri için bulunuz. Eşitlik (37)’yi sınamak için B^2 ’yi V ’nin bir fonksiyonu olarak çiziniz. Bu grafiği e/m oranını bulmak için kullanınız.



Şekil-28. Ferranti GRD7 diyodunun fıtıl akımı-fıtıl sıcaklığı verisi
(<http://www.shinjo.info/frank/sheets/074/g/GRD7.pdf>’den alınmıştır.)

SORULAR

1. Bir diyot Ohm yasasına uyar mı? Açıklayınız.
2. Eğer akım, salma ile sınırlı ise Eşitlik (35) geçerli midir? Açıklayınız.
3. Elektron salma ile sınırlı durumda diyodun silindirselsel elektrotlar arasındaki potansiyel $V(r) = V \ln(r/a)/\ln(b/a)$ ile verilir. Bu bağıntıyı çıkarınız. Akım yükü ile sınırlı olduğunda bu geçerli midir? Açıklayınız.
4. Şekil-27’de fıtıl devresindeki 100 Ω ’luk iki direncin görevi nedir?
5. Şekil -25’deki manyetik alanın doğrultusu ters çevrilirse ne olur?
6. Eşitlik (49)’un geçerliği akımın uzay yükü ile veya elektron salma ile sınırlı olup olmadığına bağlı mıdır? Açıklayınız.
7. Koruyucu bilezikler diyoddan çıkarılıysaydı kesilme olayının nasıl değişmesini beklerdiniz?
8. Eğer bir miktar hava sızmış olsaydı diyodun davranışı nasıl değişecekti? Yani diyodun havası niçin boşaltılmalıdır? Diyodun davranışının tam olabilmesi için kalan basıncın en büyük değeri ne olmalıdır?

Elektrik Devreleri

GİRİŞ

Bu deney serisinde, gerilim ve akımın zamana bağlı olarak değiştiği çeşitli elektrik devrelerinin davranışlarını inceleyeceğiz. Bu çalışmalarda kullanılacak en önemli araç osiloskoptur. Osiloskobunun ana parçası *Elektronlar ve Alanlar* deneylerinde elektron hareketini incelemeye kullanılabilecek bir katot ışını tüpüdür. İleride göreceğimiz gibi elektrik devrelerinin çabuk değişen gerilimlerinin gözlenmesi ve ölçülmesi için osiloskop çok kullanışlı bir araçtır. Bu deneylerde göz önüne alınan devreler direnç, sığa, indüktans, üreteç, sinüs veya karedalga gerilim kaynaklarının (osilatör) çeşitli düzenlenişlerinden oluşur. Bu aygıtların belirgin özelliklerini kısaca gözden geçirmek yerinde olur.

DİRENÇ

Kusursuz bir direncin özelliği, uçları arasında bir V potansiyel farkı uygulandığında dirençten geçen I akımının V potansiyel farkı ile doğru orantılı olmasıdır:

$$V = IR \quad (1)$$

R ile gösterilen orantı sabitine devre elemanının direnci denir. Sabit sıcaklıkta bu bağıntı Ohm yasası olarak bilinir.

V 'nin volt I 'nin amper olarak ölçüldüğü MKSA birimler sisteminde direnç birimi Ω ile gösterilen ohm'dur. $k\Omega$ (10^3 ohm) ve $M\Omega$ (10^6 ohm) birimleri de çok kullanılır. Dirençlerin başka bir özelliği, özelliklerini koruyabildiği maksimum güç (I^2R) olarak tanımlanır ki buna **güç sınırı** denir. Bu gücün aşılması direnci beklenilmeyen biçimde değiştirilebilir veya bütünü bozabilir. Deneylerimizdeki elektronik devrelerde $\frac{1}{2}$ veya 1 W (watt) gücünde dirençler çok kullanılacaktır. Bu dirençler çoğunlukla karbon-kil karışımının pişirilmesiyle oluşan sert seramik maddelerden yapılır. Direncin değeri bileşime giren maddelerin oranlarının değiştirilmesi ile ayarlanabilir. Dirençler, Şekil-1'deki renk halkaları gösterimlerine göre işaretlenirler. Örneğin, $56\ 000\ \Omega \pm \%10$ 'luk bir direncin renkleri yeşil, mavi, turuncu, gümüş olacaktır (okuma uçtan içe doğrudur).

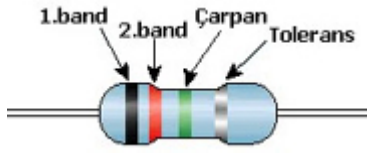
SİĞA

Bir sığa (kondansatör) içinde yük biriktirilen bir aygıt olarak düşünülebilir. Bir $+Q$ yükü bir levhaya, $-Q$ yükü de ötekine yüklenince levhalar arasında oluşan V potansiyel farkı Q ile orantılı olur. Bu orantı

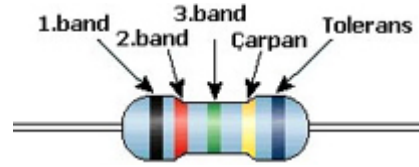
$$Q = CV \quad (2)$$

bağıntısı ile verilir. Burada C aygıt için belirtgen bir sabittir ve buna aygıtın **sığası** denir. MKSA birimlerinde Q , coulomb olarak ölçülür ve sığaya karşılık gelen MKSA birimi de farad (kısaltılmışı F)'dır. Farad, son derecede büyük bir sığa birimidir; bu nedenle genellikle daha küçük μF ($10^{-6}F$), nF ($10^{-9}F$) ve pF ($10^{-12}F$) birimleri kullanılır. Sıgalar çoğunlukla dar ince iki alüminyum yaprak ile aralarına yalıtkan olarak konulan mylar adlı bir plastik filmin oluşturduğu sandviç gibi sarıp plastikle kaplayarak yapılır. Kondansatörler sığasından başka uygulanabilecek bir anlık büyük gerilime göre de değerlendirilirler. Bu gerilimin aşılması, dielektriğin kendini koyuvermesine ve yalıtkanın delinmesine bu da sığanın işe yaramaz hale koyan bir kısa devrenin meydana gelmesine yol açar. 100 V'luk bir sığa için mylar yalıtkanın kalınlığı yaklaşık 10 μm 'dir.

4 band renk kodlama



5 band renk kodlama



RENKLER	KATSAYI değeri			Çarpan	Tolerans	Sıcaklık katsayısı
	1. band	2. band	3. band			
Siyah	0	0		1		
Kahverengi	1	1	1	10	± %1	100 ppm
Kırmızı	2	2	2	100	± %2	50 ppm
Turuncu	3	3	3	1k		15 ppm
Sarı	4	4	4	10k		25 ppm
Yeşil	5	5	5	100k	± %0.5	
Mavi	6	6	6	1M	± %0.25	
Mor	7	7	7	10M	± %0.10	
Gri	8	8	8		± %0.05	
Beyaz	9	9	9			
Altın				0.1	± %5	
Gümüş				0.01	± %10	
Renksiz					± %20	

ŞEKİL-1. Direnç renk kodları.

İNDÜKTANS

İndüktans, iletken demirden veya demir tozundan çekirdek üzerine sarılmış veya içinde hiçbir şey bulunmayan bir tel kangaldır. Kangaldan geçen değişen bir akım, kangal içinde değişen bir magnetik akı oluşturur. Bu değişme uçlar arasında akımın dI/dt değişme hızı ile oranlı bir V geriliminin oluşmasını sağlar. Bu bağıntı

$$V = L dI/dt \quad (3)$$

denklemini ile belirlidir, burada L 'ye indüksiyon katsayısı denir ve aracın sabit bir belirgenidir. İndüksiyon katsayısı MKS birim sisteminde H olarak kısaltılan henry'dir. Genellikle mH ($10^{-3} H$) ve μH ($10^{-6} H$) birimleri kullanılır.

ÜRETEÇ

Kusursuz bir üreteç, çıkış uçları arasında aygıtın içinden geçen akıma bağlı olmayan sabit bir potansiyel farkı oluşturan bir aygıttır. En çok kullanılan üreteçler pillerdir. Her pilin aşağı yukarı 1,5 V'luk bir potansiyeli vardır. Buna göre, 45 V'luk bir bataryanın seri bağlı 30 pili var demektir. Kullandığımız üreteçlerde potansiyel, akımdan büsbütün bağımsız değildir, fakat bu üreteçlerin davranışı, potansiyeli sabit olan kusursuz bir bataryaya iç direnç denilen belli bir direncin seri bağlanması ile anlatılabilir. Bir kuru pilin iç direnci yeni iken 0,1 $\mu\Omega$ basamağındadır ve bu direnç zamanla ve kullanma ile artar.

Devrelerin çözümlenmesinde kullanılan temel fizik ilkeleri Kirchhoff'un devre kurallarıdır: 1- Kapalı herhangi bir ilmek çevresinde potansiyel farklarının cebirsel toplamı sıfır olmalıdır. 2- Herhangi bir kavşağa yönelmiş akımların cebirsel toplamı sıfır olmalıdır. Bu iki yasa ile yukarıda tanımlanan devre aygıtlarının belirtgenleri devre davranışını incelemekte tam bir teorik temel oluştururlar.

Bu deneylerle yukarıda tartışılan devre elemanlarına ek olarak kullanılacak iki araç ise voltmetre ve işaret üreticidir (osilatör). Voltmetre, adının belirttiği gibi bir devrenin iki noktası arasındaki gerilimi (potansiyel farkını) ölçer. Bir devreye bağlanan voltmetrenin devrenin bir parçası olduğu unutulmamalı ve buna göre voltmetreden geçen akım göz önünde tutulmalıdır. Voltmetreden geçen akımın değeri iç direncine bağlıdır. Kullandığımız voltmetrelerin iç dirençleri ölçü bölgesine ve aygıtın yapım ayrıntılarına bağlı olarak yaklaşık $10\text{ k}\Omega$ ile $10\text{ M}\Omega$ arasında değişir.

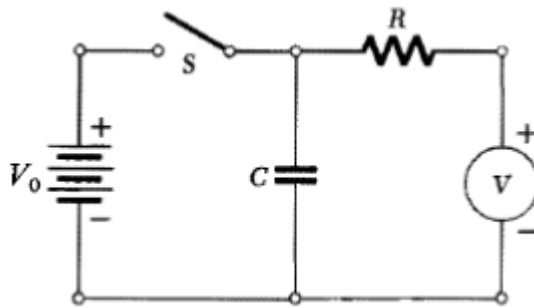
Deney ED – 1

Direnç - Sığa (RC) Devreleri

GİRİŞ

Bu deneyde, seri bağlı direnç ve sığalardan oluşan devrelerin davranışını inceleyeceğiz. Önce devrenin uygulanan sabit bir gerilim altında tepkisini sonra da değişen sinüsel bir gerilime verdiği tepkiyi inceleyeceğiz.

Önce bir batarya, bir direnç, bir sığa ve bir voltmetre (V ile gösterilmiştir) ile bir anahtardan oluşan Şekil-2'deki devreyi ele alalım.



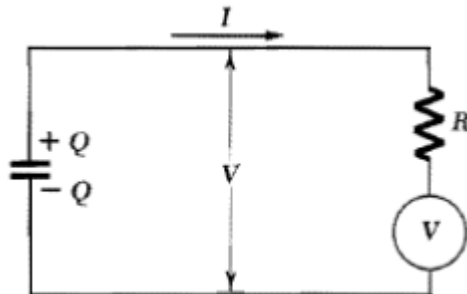
ŞEKİL-2

Anahtar kapatılınca sığa, bataryanın V_0 potansiyeline erişinceye kadar çabucak yüklenir.

Her iki levhadaki Q_0 yükünün büyüklüğü Eşitlik-2'ye göre

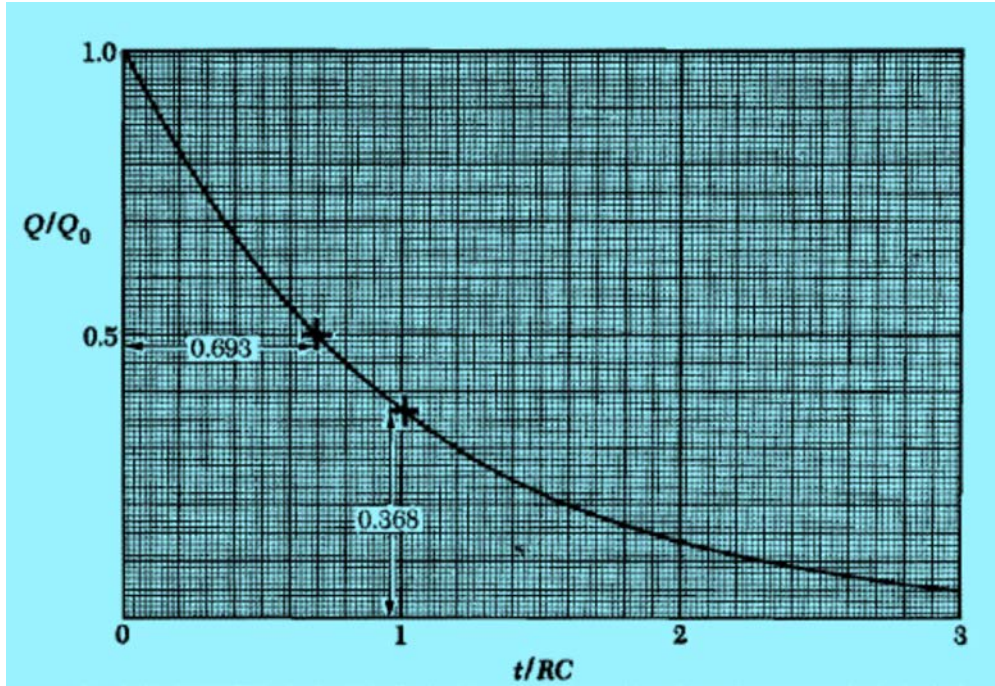
$$Q_0 = CV_0 \quad (4)$$

dir. Anahtarın açıldığı andaki durum Şekil-3'de gösterildiği gibidir. Sığadaki gerilim voltmetre-direnç kolu üzerinde de görülür ve bu koldan bir akımın geçmesine yol açar. Bu akım sığadaki yükü azaltır, bu da, sığanın potansiyelini ve dolayısı ile de akımı azaltır.



ŞEKİL-3

Böylece Q yükü, önce çabuk sonra daha yavaş olarak azalır; buna karşılık başlangıçta anahtar açıldıktan hemen sonra akımın değeri oldukça büyüktür, fakat sonra azalır ve sığanın büsbütün boşalması ile sifıra yaklaşır. Böylece sığadaki yük zamanla Şekil-4'de gösterildiği gibi değişir.



ŞEKİL-4

Bu devreyi daha nicel olarak çözümlmek güç değildir. Bir anlık yükü, akımı ve potansiyeli sırası ile Q , I ve V ile gösterelim; yalnız bu üç niceliğin hepsinin de değişken, yani zamanın fonksiyonu olduklarını göz önünde tutalım. Önce, I akımı, tamamen sığanın boşalmasından ileri geldiğinden yalnızca yükün aktarılma hızıdır ve

$$I = -dQ/dt \quad (5)$$

denklemini yazılabilir. Akım bir anlık V potansiyeline ve devrenin direncine bağlıdır. Seri bağlı direnç ve voltmetrenin iç direnci ile birlikte toplam direncini R ile göstererek,

$$I = V / R \quad (6)$$

denklemini yazılabilir. Son olarak V potansiyeli herhangi bir anda sığa üzerindeki Q yüküne

$$V = Q/C \quad (7)$$

ile bağlıdır. Eşitlik (5) ve (6)'nın sağ yanlarını eşitleyip Eşitlik (7)'den bulunan V 'yi yerine koyarak

$$dQ/dt = -Q/RC \quad (8)$$

denklemini elde ederiz. Daha önce belirtildiği gibi, bu yükün herhangi bir anda azalma çabukluğunun o andaki geride kalan yük ile orantılı olduğunu gösterir.

Değişme hızı (yani türevi) kendisi ile orantılı olan tek fonksiyon üstel fonksiyondur. Özellikle, $t = 0$ anında yükün Q_0 ilk değerini alma zorunluğu göz önünde tutulursa Eşitlik (8)'i sağlayan fonksiyon

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (9)$$

olur. Okuyucunun, Eşitlik (9)'un diferansiyelini alıp Eşitlik-8'de yerine koyarak bunun eşitliği gerçekten sağladığını göstermesi yerinde olur. Şekil- 4, Eşitlik-9'un çizimidir, buradaki koordinat eksenleri Q ve t 'nin kendileri değil Q/Q_0 ve t/RC oranlarıdır. Bu değişikliğin üstünlüğü bu oranların boyutsuz yani birimsiz sayılar olmasıdır.

RC 'ye devrenin zaman sabiti veya gevşeme (relaxation) zamanı denir. Eşitlik-9'un gösterdiği gibi, RC 'ye eşit bir t süresi sonunda yük, başlangıçtaki değerinin $Q/Q_0 = e^{-1} = 0,368$ veya %36,8'ine düşer. Bununla ilgili ve genellikle deneyde daha kolay ölçülebilen başka bir nicelik, Q 'nun ilk değerinin yarısına düşmesi için gerekli zamandır. Bu zamanı $T_{1/2}$ ile göstererek

$$\frac{1}{2} = e^{-T_{1/2}/RC} \quad (10)$$

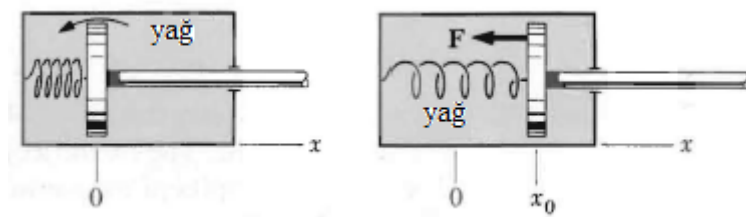
bağıntısını elde ederiz. Her iki tarafın e tabanına göre logaritmasını alıp yeniden düzenlersek

$$T_{1/2} = RC \ln 2 = 0,693 RC \quad (11)$$

buluruz. Bu süreye **yarı ömür** denebilir.

ELEKTROMEKANİKSEL BENZETİŞLER

Elektrik devreleri ve mekanik dizgeler (sistem) arasında ilginç ve yararlı birçok benzerlikler vardır. Bunlardan en basiti, bir kapı - kapayıcısının basitleştirilmiş şekli olan Şekil- 5'de gösterilen mekanik dizge ile RC devresi arasındaki bağıntıdır. Delikli piston harekette iken yağ deliklerden geçmek zorundadır. Bunun bir sonucu olarak yalnız yağ viskozluğundan doğan hıza bağlı bir direnme (karşı koyma) kuvveti ortaya çıkar. Çok yüksek olmayan hızlar için bu kuvvet, hız ile orantılıdır ve $F = -bv$ ile gösterilebilir. Burada b bir orantı sabitidir ve eksi işaret, kuvvetin harekete hep karşı koyduğunu anlatır.



ŞEKİL-5

Hareketli pistona yay da bir kuvvet uygular. Piston, denge konumundan bir x uzaklığı kadar ayrıldığında yay bir $F = -kx$ kuvveti uygular, burada k yayın kuvvet sabitidir. İkinci Newton yasasına göre, pistona etkiyen bu iki kuvvetin toplamı pistonun kütlesi ile ivmesi çarpımına eşit olmalıdır. Eğer kütle önemsenmeyecek kadar küçükse iki kuvvetin toplamı sıfırdır ve

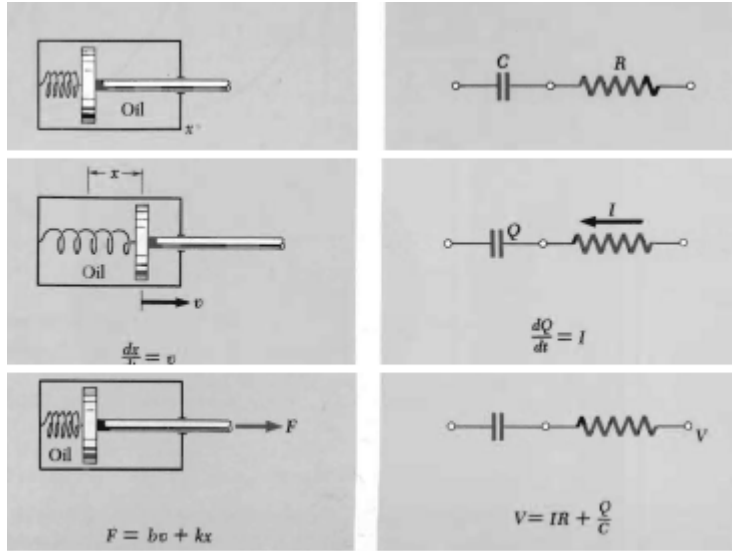
$$-kx - bv = 0 \quad \text{veya} \quad \frac{dx}{dt} = -\frac{k}{b}x \quad (12)$$

elde ederiz. Bu diferensiyel denklemin şekli sığadaki yük için yazılan Eşitlik- 8 ile tıpatıp aynıdır. Burada x yer değiştirmesi Q 'ye, v hızı da I akımına karşılıktır. Bu parametreler arasında da benzer bağıntılar vardır. Sönüm sabiti b , R direncine, yayın kuvvet sabiti k ise C sığasının tersine ($1/C$) karşılıktır.

Öyle ise bu çözümleme, kapı kapayıcısının denge konumundan bir x_0 ilk yer değiştirmesi ile ayrılmış olması halinde denge konumuna doğru b/k 'ya eşit bir zaman sabiti ile

$$x = x_0 e^{-\frac{k}{b}t} \quad (13)$$

denkleminde göre üstel olarak yaklaştığını gösterir. Kapı-kapama aracına zamana bağlı bir $F(t)$ kuvveti eklendiği zaman durum Şekil- 6'daki $V(t)$ dış gerilimi zamanla değişen RC devresine benzecektir.



ŞEKİL-6

Eğer pistonun kütlesi göz yumulacak kadar küçük değilse çözümlemede bu durum göz önüne alınmalıdır. Kütle olması pistonun denge konumunu aşırıp sönümlü bir salınım yapabilmesini sağlar. Gerçekten Deney ED-3'de göreceğimiz gibi, sönümlü harmonik salıngan, seri bağlı direnç, sığa ve indüktansdan oluşan elektrik devresinin tam bir benzeridir.

Yukarıda, RC devresinin *yük gevşemesi* olarak da adlandırılan davranışı, RC zaman sabitinin yeterince uzun (diyelim ki birkaç saniye veya daha uzun) süreler olması halinde bir voltmetre ile doğrudan gözlenebilir. Bununla birlikte RC 'yi bir saniyeden çok *daha kısaltan* değerlerde bu yöntem geçerli değildir. Ölçü aygıtının mekanik özellikleri yüzünden (eylemsizlik ve sönüm) aygıt, gerilim ve akımdaki son derece çabuk değişimlere uymaz, uysa bile bu hareket gözle izlenemez.

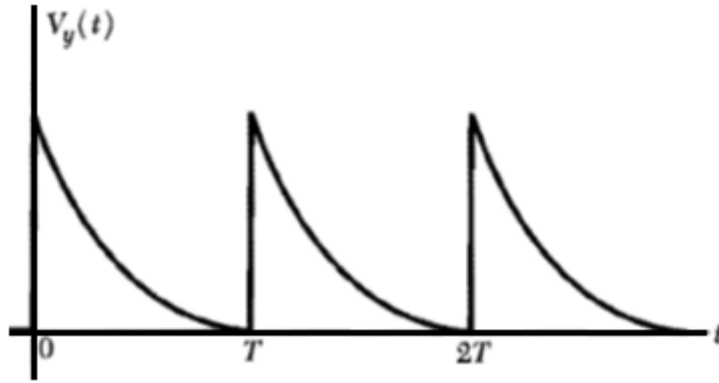
OSİLOSKOP

Çabuk değişen gerilimleri gözlemek ve ölçmek için daha iyi bir aygıt gereklidir. Osiloskop böyle bir aygıttır. Şimdi osiloskobun işleme ilkelerini tartışacağız. Temel düşünce, katod ışını tüpündeki elektron demetinin sapmasını bir gerilim göstericisi olarak kullanmaktır. Deney EA-1'den anımsayacağımız gibi, perdedeki noktanın sapması, saptırıcı levhalardaki gerilim ile oranlıdır. Bundan başka bir elektronun tüp içinde uçuş süresi 10^{-8} s basamağında olduğu için elektron demetinin saptırıcı gerilimdeki bir değişmeye tepkisi de çabuk olur. Böyle olunca perdedeki noktanın son derece hızlı olan hareketi gözle izlenemez.

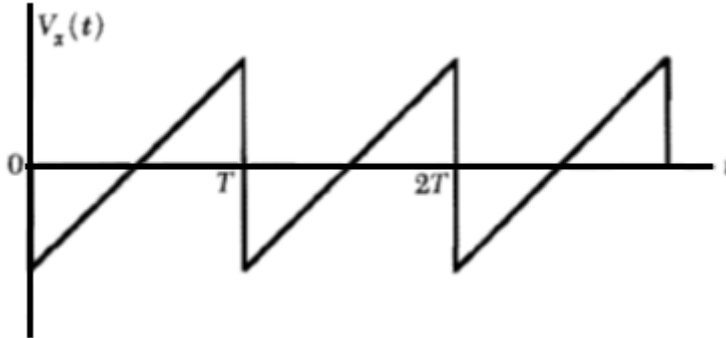
Bu güçlük, saptırıcı levhaların her iki çiftinin kullanılması ile ortadan kaldırılır. Gözlenecek V gerilimi ya da doğrudan veya elektronik büyütme ile düşey saptırıcı levhalara uygulanır. Zamanla

düzgün olarak artan bir gerilim de yatay levhalara uygulanır. Buna göre demetin düşey sapması uygulanan gerilim ile yatay sapması da zamanla orandır. Böylece nokta, V 'nin grafiğini t 'nin fonksiyonu olarak çizer. Bu iz çok kısa bir zamanda bile olsa görüntü tıpkı bir floresans lambanın güç kesildikten sonra saniyenin bölüntüsü kadar bir zamanda ışıldamasını sürdürmesi gibi, bir süre için perdede kalır. Perdedeki ize gözle bakılabilir veya daha ayrıntılı inceleme için resmi çekilebilir.

Bu tekniği biraz daha detaylı inceleyebiliriz. Sığanın bir defalık dolmasını ve boşalmasını gözleme yerine üretici belli bir frekans ile periyodlu olarak açıp kapayabiliriz. O zaman sığanın gerilimi, T bir dönem süresini göstermek üzere Şekil-7'deki gibi değişecektir. Benzer şekilde yatay levhalara uygulanan V gerilimi periyodlu olarak değiştirilebilir, böylece gerilim T zaman aralığında düzgün olarak artar, çabucak ilk değerine döner ve devri yenilenir. Bu gerilim zamanın fonksiyonu olarak Şekil-8'de gösterilmiştir. Bu iki değişimin aynı frekansta olduğunu düşünürsek o zaman bir devrin grafiği perde üzerinde tekrar tekrar çizilecektir.



ŞEKİL-7



ŞEKİL-8

Yatay saptırıcı levhalara uygulanan gerilime bilinen nedenlerle testere dişli gerilim demek uygun olur. Görevi, demeti yatayda sabit bir hızla süpürmek olduğundan katod-ışını tüpüne uygulanan gerilime süpürge gerilimi veya doğrusal zaman tabanı denir. Bu testere dişli gerilim osiloskop içine yerleştirilmiş bir elektronik devreden elde edilir; bu devre, süpürme frekansı düşey saptırıcı gerilimin frekansı ile zamandaş olacak şekilde düzenlenir.

ÖZET

Katod - ışını osiloskobunu oluşturan temel işleyiş birimleri şu şekilde özetlenebilir:

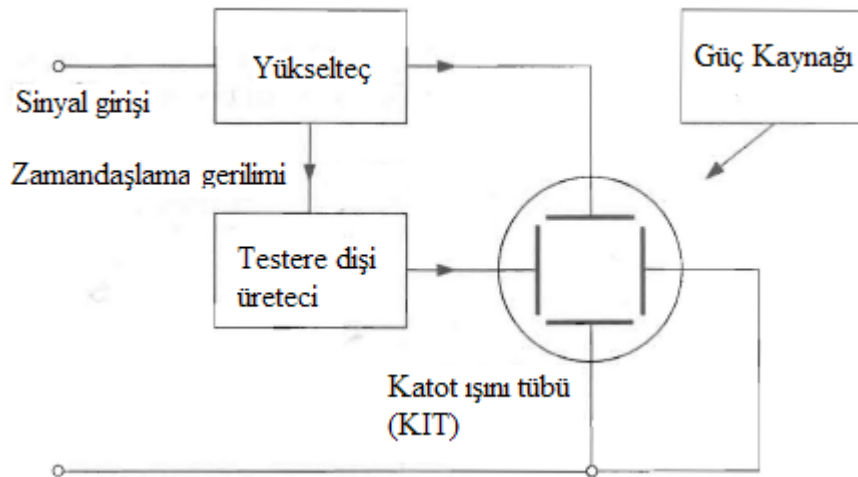
Katod-ışını tüpü: Bu, gösterici bir aygıt olup EA deneylerinde tartışıldığı gibi elektron tabancası, saptırıcı dizge ve elektron demetinin gözle görülebilmesini sağlayan bir floresan perdeden oluşur.

Güç kaynağı: Güç kaynağı katodu ısıtmaya yarayan akımla birlikte elektron tabancasının kafes ve anodlarına uygun potansiyeller vermelidir. Tipik ikinci-anod hızlandırıcı gerilimi 2000 V'dur, fakat 10000 V gerilimler de kullanılmaktadır. (Televizyon alıcılarında çoğu kez 15000 V'dan 20000 V'a kadar giden hızlandırıcı gerilimler kullanılır.)

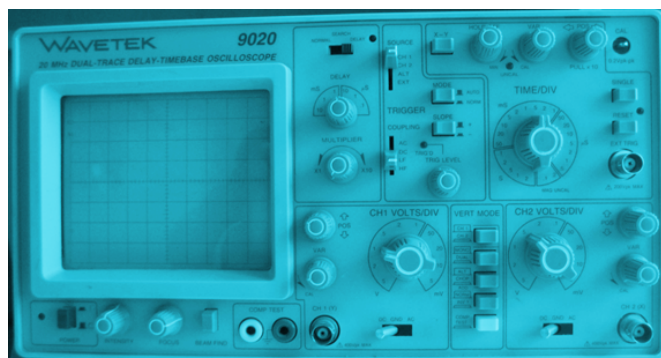
Testere dişi üretici: Testere dişi üretici, değişebilen bir frekansla Şekil- 8'deki gibi zamanla değişen bir gerilim vermelidir ve frekansı tekrarlayan giriş gerilimi ile zamandaş olacak şekilde ayarlanabilmelidir.

İşaret yükselteçleri: Elektronu perdenin yarıçapı kadar düşeyine saptırmak için gerekli gerilim 2000 V kadardır. 0,1 V'luk küçük işaretleri gösterebilmek için birkaç binlik ek bir büyütme gereklidir.

Osiloskobun işlemlerini gösteren bir blok çizge Şekil- 9'da ve tipik bir komuta tablası da Şekil- 10'da gösterilmiştir.



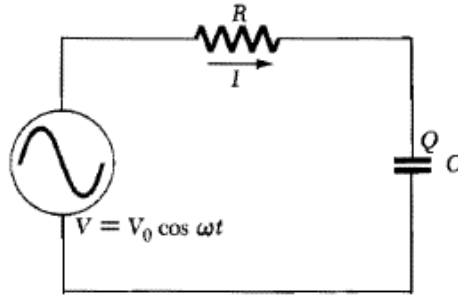
ŞEKİL-9



ŞEKİL-10

SİNÜSSEL GERİLİM

Osiloskop, RC devrelerinin bir başka önemli davranışını incelemeye yani sinüssel giriş gerilimi ile sürüldüğündeki tepkisini incelemeye kullanılabilir. Şekil- 11’de gösterilen devreyi gözönüne alalım; uygulanan sürücü gerilim, en büyük değeri (genliği) V_0 ve açısal frekansı ω olan zamanın sinüssel bir fonksiyonudur.



ŞEKİL-11

Deneydeki sinüssel olmasını beklediğimiz akımın genliği ve fazı frekans ile ilginç bir şekilde değişir. Gerilim değişimi çok yavaş ise, yani salınım periyodu RC zaman sabitine göre çok uzun ise sığanın yükü V ’nin sabit olduğu durumdaki gibi yalnız $Q = CV$ ile verilebilir. Fakat daha yüksek frekanslarda sığanın R direnci üzerinden dolup boşalması, gerilimdeki değişmelere “ayak uydurabilecek” kadar hızlı olmayabilir. Zaman ile V arasında bir faz farkı bekleriz; yani aralarında frekansa bağlı ve bir periyod (dönem) bölüntüsü kadar fark vardır. Bundan başka en büyük Q_0 yükü CV_0 dan oldukça az olabilir. Devreyi ayrıntılı olarak çözümleyerek yukarıdaki tartışmayı açıklayabiliriz.

Devreye Kirchhoff’un gerilim kuralını uygulayarak,

$$V_0 \cos \omega t = IR + Q/C = dQ/dt R + Q/C \quad (14)$$

denklemini elde ederiz. Burada $I = dQ/dt$ bağıntısını kullandık. Yukarıdaki tartışmaya dayanarak Q ’nun sinüssel olarak gerilim ile aynı frekansla değiştiğini ve aralarında bir faz farkı bulunduğunu varsayalım. Yani Q ,

$$Q = Q_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (15)$$

denklemini ile verilsin. Burada Q_0 ve ϕ şimdilik bilinmeyen sabitlerdir. Q_0 , Q ’nun bir dönemde eriştiği en büyük değerdir. Burada ϕ ’ye faz açısı denir. Bir tam dönem ωt ’nin 2π artmasına karşılıktır; eğer Q ’nun zamanla değişimi V ’nin bir çeyrek dönem önünde olduğu anlaşılırsa $\phi = \pi/2$ olur ve bu böyle gider.

Şimdi, Kirchhoff’un ilmek kuralı uyarınca Eşitlik-15’in Eşitlik- 14’ü sağlaması için gerekli Q_0 ve ϕ değerlerini bulalım. Eşitlik-15’den dQ/dt ’yi hesaplayıp Q ve dQ/dt ’yi Eşitlik-14’de yerlerine koyarak

$$V_0 \cos \omega t = - \omega R Q_0 \sin(\omega t + \phi) + (Q_0/C) \cos(\omega t + \phi) \quad (16)$$

bağıntısını elde ederiz. Bir sonraki adım, bir toplamın sinüs ve kosinüsü için olan trigonometri özdeşliklerini kullanarak $\sin(\omega t + \phi)$ ile $\cos(\omega t + \phi)$ 'yi açmaktır.

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

işlemlerden sonra Eşitlik- 16'yı $\sin\omega t$ ve $\cos\omega t$ parentezlerine alarak

$$\cos\omega t \left[-\omega Q_0 R \sin\phi + \frac{Q_0}{C} \cos\phi - V_0 \right] + \sin\omega t \left[-\omega Q_0 R \cos\phi - \frac{Q_0}{C} \sin\phi \right] = 0 \quad (17)$$

elde ederiz.

Eğer Eşitlik-15, sığanın yükünün zamanla değişimini doğru betimliyorsa Eşitlik- 17'nin her an için doğru kalması gerekir. Özellikle, ωt 'yi 0 ve $\pi/2$ yapan anları göz önüne almakta yarar vardır. Birinci durumda, ikinci terimin yok olduğunu ve denklemin yalnız ilk parantezin yok olması ile gerçekleşebileceğini görürüz. Benzer şekilde $\omega t = \pi/2$ için ikinci parantez yok olmalıdır. Bu ikinci parantezi sıfıra eşitlediğimizde

$$\tan\phi = -\omega RC \quad (18)$$

denklemini buluruz. Aynı şekilde ilk parantezi sıfıra eşitleyip yeniden düzenleyerek

$$Q_0 = \frac{V_0}{-\omega R \sin\phi + (1/C) \cos\phi}$$

denklemini elde ederiz. Payı ve paydası $\cos\phi$ ile çarpıp Eşitlik- 8'i kullandığımızda $\cos\phi = \frac{1}{\sec\phi} = \frac{1}{(\tan^2\phi + 1)^{1/2}}$ olduğundan

$$Q_0 = CV_0 \cos\phi = \frac{CV_0}{(\tan^2\phi + 1)^{1/2}} = \frac{CV_0}{[(\omega RC)^2 + 1]^{1/2}} \quad (19)$$

denklemini elde ederiz. Burada ϕ açısının sığanın uçları arasındaki V_C gerilimi (Dolayısıyla Q yükü) ile devreye uygulanan $V = V_0 \cos\omega t$ gerilimi arasındaki açı olduğuna dikkat ediniz.

Yük, küçük ω 'lar için sıfır, büyük ω 'lar için $\pi/2$ 'ye yaklaşan bir faz açısı ile uygulanan gerilimden geri kalır (Çünkü ϕ her zaman eksidir.). Bundan başka Q_0 , sabit V_0 gerilimi için alacağı CV_0 değerini, ω 'nin dolayısı ile ϕ 'nin küçük değeri için alır. Q_0 , zartıkça CV_0 dan başlayarak küçülür ve ω arttıkça daha küçülür. Bütün frekanslarda V_R ile V_C , 90° faz dışı kalırlar.

I akımının frekans ile nasıl değiştiğini gözlemek de ilginçtir. Eşitlik-15'in zamana göre türevini alıp $\cos(A + \pi/2) = -\sin A$ özdeşliğini kullanarak

$$I = dQ/dt = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \phi) = \omega Q_0 \cos(\omega t + \phi + \pi/2)$$

denklemini elde ederiz. I_0 ile gösterilen I 'nin en büyük değeri ωQ_0 ile verilir. Eşitlik-18 ile Eşitlik-19'u kullanarak bunu aşağıdaki gibi çeşitli yollardan gösterebiliriz:

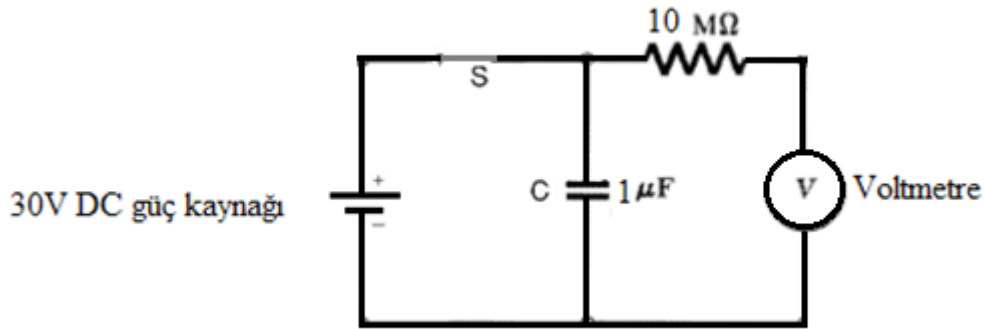
$$I_0 = \omega Q_0 = \omega CV_0 \cos\phi = -\frac{V_0}{R} \sin\phi = \omega CV_0 / [(\omega RC)^2 + 1]^{1/2} = V_0 / [R^2 + (1/\omega C)^2]^{1/2} \quad (20)$$

Alçak-frekans sınırında I 'ın 0'a ve I 'nın fazının da $\pi/2$ 'ye yaklaştığını görürüz. Yüksek-frekans sınırında $\phi = -\pi/2$ iken akım gerilim ile aynı fazdadır ve genişliği V_0/R olur. Yani yüksek frekanslarda ($\omega > 1/RC$) devredeki sığa yokmuş gibi davranır. Tersine, alçak frekans sınırında devrenin davranışı R olmaması hali gibidir. Sığa yüksek frekanslarda bir kısa devre, alçak frekanslarda ise açık devre olarak davranır.

DENEY

1. YÜK GEVŞEMESİ (RELAXATION)

Yük gevşemesini, en yalın şekilde gözleyebilmek için Şekil-2'deki devre elemanlarına değerler vererek elde edilen Şekil-12'deki devreyi kurun.



ŞEKİL-12

Burada devredeki gibi bir S düğmesine gerek yoktur; DC güç kaynağının iç direnci çok küçük olunca sığayı tam olarak yüklemek için kutupları bir an değiştirmek yeter.

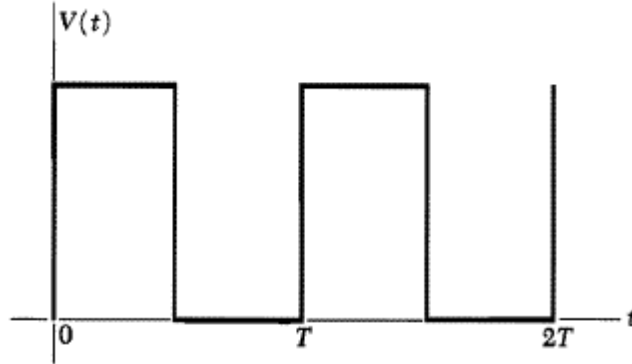
Voltmetreyi 20 V bölmesine getirip devreyi tamamlayın. *Voltmetrenin yalnızca kendi iki ucu arasındaki gerilimi gösterdiğini unutmayınız. Deneyde kullanacağınız voltmetrenin iç direnci yaklaşık 10 MΩ'dur.* Burada voltmetrenin üreteç geriliminin yarısını (1/2) gösterdiğini göz önünde tutun. Niçin? Şimdi üreteç bağlantısını açınız ve sığanın boşalmasını gözleyin. Ölçü aletinde başlangıçta okunan değer yarıya düşmesi için geçen zamanı ölçün. Eşitlik-11'den RC 'i hesaplayınız ve beklenen değer ile karşılaştırın. R 'nin içine ölçü aygıtının direncini de aldığımızdan emin olun.

2. ÜSTEL SÖNME

Ölçü aletini ardarda daha küçük ölçeklerde kullanarak azalma daha uzun süreler gözlenebilir. Bu yapılırken ölçü aletinin sıfır ayarı hafifçe kayabilir. Düşüşün üstel olduğunu göstermek için bir kronometre ile 3 veya 4 s aralıklarla gerilimi arka arkaya ölçünüz ve bu sırada akım zayıfladıkça ölçeği en küçük bölgeye ulaşıncaya kadar küçültünüz. Sıfır konumunun kaymasından doğan hatalar, her bölgedeki kaymanın büyüklüğünü gözleyerek ve uygun düzeltmeler yaparak yaklaşık olarak düzeltilebilir. Yarı logaritmik bir kağıt üzerinde V logaritmik eksende olmak üzere V 'nin t 'ye bağlı grafiğini çiziniz. Bu grafiğin şeklini önceden kestirebilir misiniz? Yarı-logaritmik kağıt neden kullanışlıdır? Grafikten RC 'yi bulunuz ve devre bileşenlerinden elde edilen değer ile karşılaştırınız.

3. ÇABUK GEVŞEME

Girişte tartışıldığı gibi, gevşemeyi daha çabuk ölçmek için osiloskop kullanılabilir. Tekrarlanan bir gevşeme olayı elde etmek için, çıkışı Şekil-13’de gösterilen biçimde olan bir gerilim kaynağı (osilatör) kullanılmıştır.



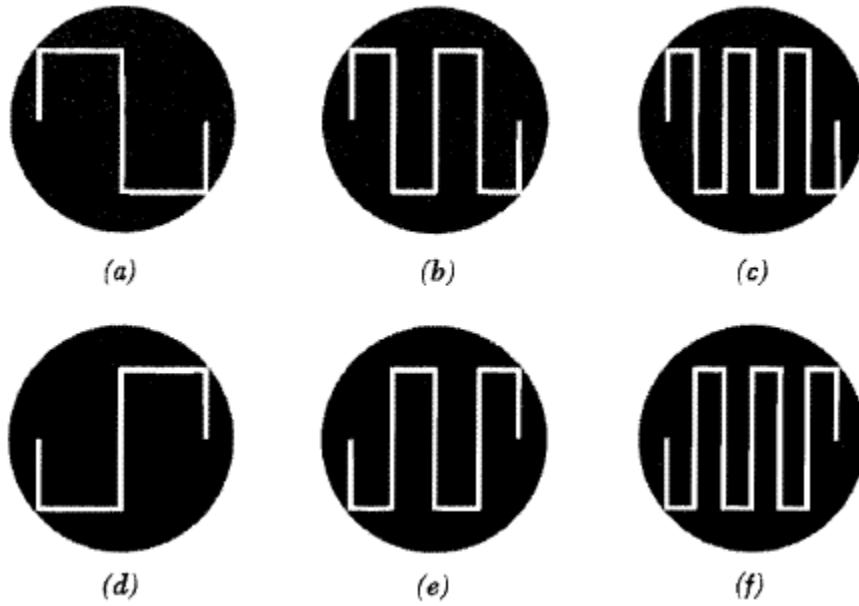
ŞEKİL-13

Kare dalga denilen bu gerilim, osilatörden alınabilir. Osilatör üzerindeki komut düğmeleri kare-dalga çıkışının genliğini ve $f = 1/T$ frekansını değiştirmeye yarar.

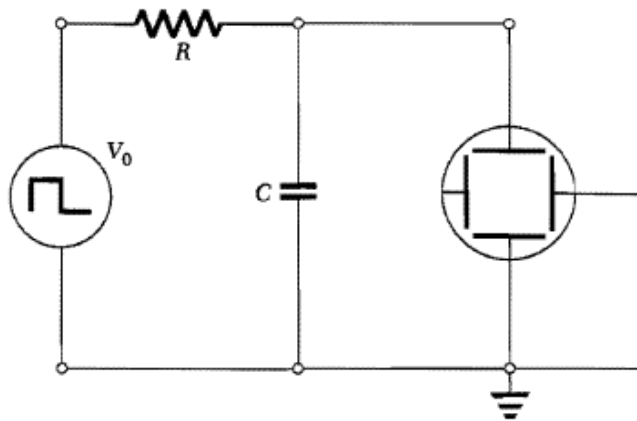
Osiloskobu ve osilatörü iyi kullanmaya alışmak için kare-dalga çıkışını osiloskobun düşey saptırıcı (vertical-input) girişine bağlayın. Şekil-14’de gösterilen desenlerin herbirini elde etmek için osiloskobu ayarlayın. Osilatörün frekansını ve genliğini değiştirmeye çalışın ve buna karşılık osiloskop komut düğmelerinde ne gibi değişikliklerin olması gerektiğini bulun.

Osiloskobun ve osilatörün işlemesine alıştıktan sonra Şekil-15’de gösterilen devreyi kurun. Sığanın R üzerinden hem dolması hem de boşalması yüzünden bu devre Şekil- 3’deki devreden farklıdır. Osiloskop perdesinde ne gibi bir desen beklersiniz?

Devrenin $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$ ilk değerleri için sığanın bir dönemlik dolmasını ve boşalmasını gözleyin. Kare-dalga bilinen frekansını kullanarak osiloskobun x-ekseni zaman birimlerine göre doğrudan ayarlanabilir.



ŞEKİL-14



ŞEKİL-15

Yarı-ömrü (gevşeme süresini) ölçünüz ve bundan Eşitlik-11'i kullanarak RC zaman sabitini yeniden hesaplayın.

Kare-dalga üreticinin bir iç direnci olduğunu göz önünde tutun. Eğer R, bu iç dirençten çok daha büyük değilse toplam devre direncini bulmak için ikisini toplamak gerekir. R ve C'nin farklı değerlerini de deneyebilirsiniz. Özellikle RC, kare-dalga'nın T periyodundan çok daha büyük olduğu zaman ne olur? Çok daha küçük olduğu zaman ne olur?

4. SİNÜSSEL GERİLİM

Aynı deneysel düzenek osilatörün sinüs dalga çıkışını kullanarak RC devresinin bir sinüsel giriş gerilimine karşı tepkisini gözlemede kullanılabilir. Böylece Eşitlik- 18 ile 19'un öngördükleri sınanabilir. Osiloskobun sığa üzerindeki Q yükünü değil de Q/C 'ye eşit olan gerilimi ölçtüğüne dikkat edin. Eşitlik-19'a göre sığadaki V_C tepe gerilimi boyunca V_C/V_0 oranı, osiloskobun düşey girişini sıra ile sığaya ve sinüs-dalga üreticine bağlayarak kolayca ölçülebilir. Bu oranı kabaca 1/2 yapacak bir frekans seçip bunu olabildiğince kesinlikle (osiloskopta) ölçünüz ve faz kayma açısını

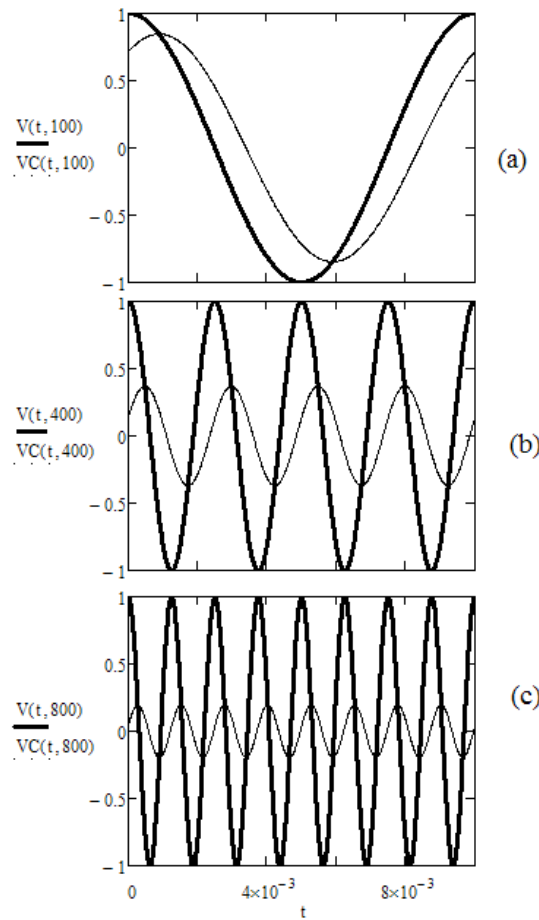
hesaplayın. Bundan ve sinüs-dalganın bilinen frekansından, RC'nin değerini hesaplayın ve bunu devre bileşenlerinden elde edilen değer ile karşılaştırın. Dalga-üretici ölçeğinin f frekansını verdiğini unutmayın ($\omega = 2\pi f$).

5. FAZ KAYMASI

Ürütçü gerilimi ile sığa gerilimi arasındaki faz kayması çeşitli yöntemler ile ölçülebilir. Aşağıda iki yol üzerinde durulacaktır.

i) SÜPÜRME ZAMANDAŞLIĞI

Bu deneyde iki kanallı (CH-1 ve CH-2) bir osiloskop kullanacaksınız. Güç kaynağının çıkışındaki $V = V_0 \cos \omega t$ gerilimini CH-1 girişine, sığanın uçları arasındaki $V_C = V_0 \cos (\omega t + \phi)$ gerilimini ise CH-2 girişine bağlayınız. Her iki kanal da eş zamanlı süpürüleceği için ϕ faz farkı nedeniyle V ve V_C geriliminin osiloskoptaki görünüşü Şekil- 16'daki gibi olacaktır. Osiloskop ekranından iki gerilimin arasındaki zaman farkını (Δt) ölçünüz. ϕ faz farkı ile Δt zaman farkı arasındaki ilişkinin $\phi = \frac{2\pi}{T} \Delta t$ olacağı açıktır. Sürücü frekans artırıldıkça sığa geriliminin genliği azalır ve desen sağa doğru kayar. Bu, yükün en büyük değerini, sürücü gerilim en büyük değerini aldıktan sonra aldığını gösterir. Bu, genellikle faz gecikmesi olarak bilinen eksi faz açısına karşılık gelir. Çeşitli frekanslarda ϕ faz açısını ölçün ve Eşitlik- 18'in ($\tan \phi = - \omega RC$) öngördükleri ile karşılaştırın.

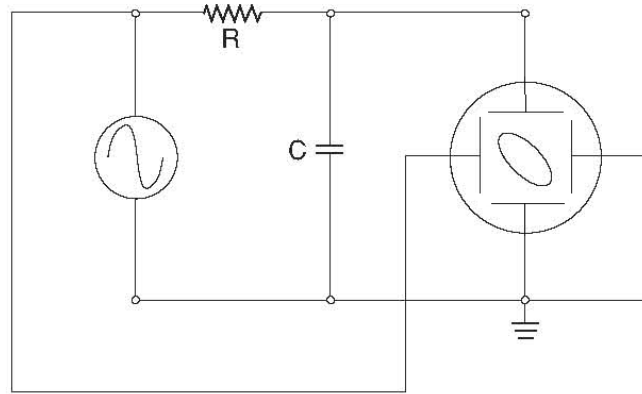


R=10 k Ω , C=0,1 μ F: (a) f=100 Hz (b) f=400 Hz (c) f=800 Hz alınarak çizilmiştir.

ŞEKİL-16

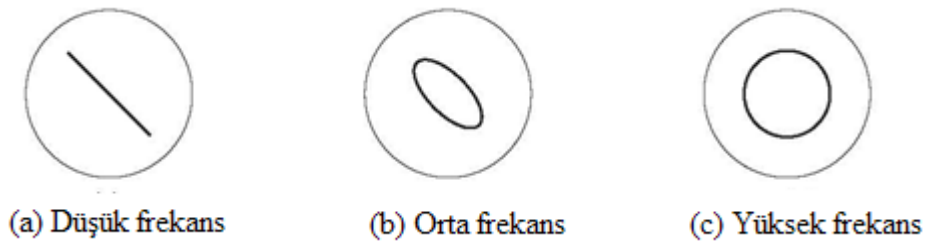
LİSSAJOUS EĞRİLERİ

Sürücü gerilim ile sığa gerilimi arasındaki ϕ faz açısını bulmanın başka yolu Şekil- 17’de görüldüğü gibi, testere dişi süpürme üreticini hiç kullanmadan, birini yatay sapmada ötekini düşey sapmada kullanarak bu gerilimleri osiloskobun perdesinde doğrudan karşılaştırmaktır. **Osiloskop üzerindeki X-Y düğmesine basılarak yatay saptırıcı levhaları süpürücü üreteç yerine yatay giriş (CH-2) uçlarına bağlanır.**



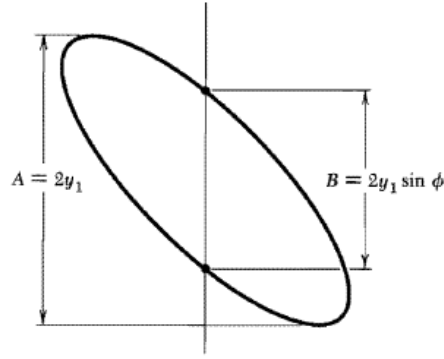
ŞEKİL-17

Bu koşullar altında perdedeki noktanın hareketi, doğrultuları birbirine dik iki basit harmonik hareketin bir ϕ faz farkı ile üstüste binmesinden oluşur. Bu yoldan elde edilen bir desene Lissajous eğrisi denir. Düşey ve yatay en büyük sapma genliklerinin eşit olacak şekilde ayarlandığını düşünün. O zaman, iki gerilimin alçak frekanslarda olduğu gibi aynı fazda olması halinde noktanın çizdiği eğrinin Şekil-19a’daki gibi 45° eğimli bir doğru olması gerekir. Faz açısının 90° olduğu yüksek frekanslarda noktanın izlediği Şekil-19c’deki gibi bir daire olmalıdır. Orta frekanslarda şekil bir elipstir.



ŞEKİL-19

Elips biçimli izden yararlanarak faz kaymasını bulmanın en kolay yolu düşey ve yatay genlikleri en büyük sapmalar için eşit olacak şekilde ayarlamak ve sonra da Şekil-20’de gösterilen ölçmeleri yapmaktır.



ŞEKİL-20

Bu yöntemin faz kaymalarını doğru verdiğini göstermek için x ve y koordinatlarının

$$x = x_1 \cos \omega t \text{ ve } y = y_1 \cos(\omega t + \phi)$$

ile verildiğini göz önünde tutalım. $x = 0$ olduğu zaman örneğin $\omega t = \pm \pi/2$ için

$$y = y_1 \cos\left(\pm \frac{\pi}{2} + \phi\right) = \pm y_1 \sin \phi$$

olur. Bu durumda B uzaklığı y yer değiştirmesinin tam iki katıdır. Böylece şekilden görüldüğü gibi $B = 2y_1 \sin \phi$ 'dir. Aynı zamanda $A = 2y_1$ olduğundan $\sin \phi$ elde edilebilir.

Bu yöntemi kullanarak faz açısını frekansın fonksiyonu olarak ölçünüz $\tan \phi$ 'yi ω 'nın fonksiyonu olarak gösteren bir grafik çizin. Bu grafiğin eğiminden RC'yi bulunuz ve devre bileşenlerinden doğrudan hesaplanan değer ile karşılaştırın.

SORULAR

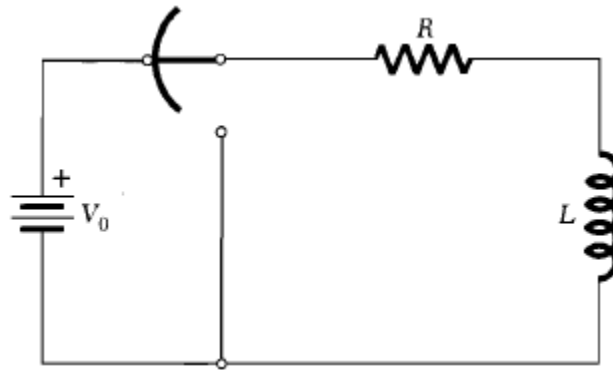
- 1 R'nin birim akım başına potansiyel farkı birimi ile ve C'nin birim potansiyel farkı başına yük birimi ile ölçüldüğünü göz önüne alarak RC'nin zaman boyutunda olduğunu gösterin.
- 2 Giriş geriliminin bir zaman integrali olan çıkış gerilimini oluşturmak için bir direnç-sığa karması nasıl bağlanmalıdır?
- 3 Kare-dalga üreticinin iç direnci nasıl ölçülebilir?
- 4 RC devresi, ω frekansı $1/RC$ 'ye eşit olan bir sinüsel gerilim ile sürüldüğü zaman faz kayması ne olur? Sığa geriliminin sürücü gerilime oranı nedir?
- 5 Eşitlik-8 ile Eşitlik-19'dan en büyük Q_0 yükünü ϕ 'ye bağlı olmadan yalnız ω 'nın fonksiyonu olarak veren bir bağıntı çıkarın.
- 6 Şekil-19a'daki doğru niçin sağa değil de sola eğilmiştir?
- 7 Şekil-20'de nokta, elipsi saat iğneleri yönünde mi yoksa zıt yönde mi çizer?
- 8 Lissajous eğrileri düzeneğinde, demet şiddeti de üreticinin kare-dalga çıkışı ile modüle edilmiş olsaydı ne olacaktı?
- 9 Osiloskobun düşey ve yatay girişlerinin her ikisinin de aynı genlikle sinüsel olduğu ve düşey girişin frekansının yatay girişinkinin tam olarak iki katı olduğu varsayalım. Bu durumda meydana gelecek Lissajous eğrisini çizin.

Deney *ED - 2*

Direnç – İndüktans (RL) Devreleri

GİRİŞ

Deney ED-1’de seri bağlı direnç ve sığadan oluşan devrelerin davranışını inceledik. Bir direnç üzerinden boşalan sığadaki yükün üstel olarak azaldığını gördük ve bu devrenin uygulanan sinüsel bir sürücü gerilime karşı tepkisini inceledik. Bu deneyde, bir direnç ve bir indüktansdan oluşan bir devreyi aynı şekilde inceleyeceğiz. Arada bazı önemli farklar da olsa RC devresi ile bu devre arasında birçok benzerlikler bulunduğunu göreceğiz.



ŞEKİL-21

İlk olarak Şekil-21’deki devreyi göz önüne alalım. Üreteç, gerilimi V_0 ’dır ve indüktansın direnci ihmal edilebilirse devreden

$$I_0 = V_0/R \quad (21)$$

ile verilen düzgün bir I_0 akımı geçer. Belli bir anda diyelim $t = 0$ ’da üretici devreden çıkarmak üzere anahtarı çevirdiğimizde ne olur?

Bir defa, akım birden sıfıra düşemez. L ’nin uçları arasındaki gerilim dI/dt ile oranlıdır. Eğer akım kesikli olarak değişse idi bu gerilim sonsuz büyük olacaktı. O halde akım yavaş bir gidişle sönmelidir; bunun zamanla değişimini $I(t)$ ile göstereyim, bu demektir ki I , t ’nin bir fonksiyonudur. Bu fonksiyonun ne olduğunu bulmak için RC devresinde olduğu gibi RL ilmeğine Kirchoff’un gerilim kuralını uyguluyoruz.

R üzerinde gerilim düşmesi IR ve L ’deki ise LdI/dt ’dir, böylece ilmek denklemi şu şekilde yazılır:

$$RI + L dI/dt = 0 \quad (22)$$

Bu denklemin çözümü zamana göre türevi, $-R/L$ ile fonksiyonun kendisinin çarpımı olan ve $t = 0$ anında I_0 değerini alan bir fonksiyon olmalıdır. Bu koşulları

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (23)$$

fonksiyonu sağlar. Gerçekten, yalnızca bu fonksiyonun bu koşulları sağladığı gösterilebilir.

Deney ED-1'in ana çizgileri izlenirse bu yeni durumdaki belirtgin zamanın (yani zaman sabitinin) L/R ile verildiği ortaya çıkar; L/R 'ye eşit bir zaman sonunda akım, başlangıç değerinin $1/e$ 'sine düşer. Benzerince Deney ED-1'de tanımlanan $T_{1/2}$ yarı-ömrü

$$T_{\frac{1}{2}} = (\ln 2)L/R = 0,693 L/R \quad (24)$$

ile verilir.

RC devresinde olduğu gibi bunun elektro-mekaniksel benzerlerini inceleyebiliriz. Hız kutusu (hidrolikli kapı tutucusu) durumunu göz önüne alalım, fakat şimdi yayın çıkarıldığını ve m piston kütesinin ihmal edilemediğini düşünelim. Bu durumda piston üzerindeki tek kuvvet, kütle ile ivmenin çarpımına yani $m dv/dt$ 'ye eşitlenen $-bv$ viskozluk kuvvetidir. Buna göre hareket denklemi (Newton'un ikinci yasası)

$$\frac{mdv}{dt} + bv = 0 \quad (25)$$

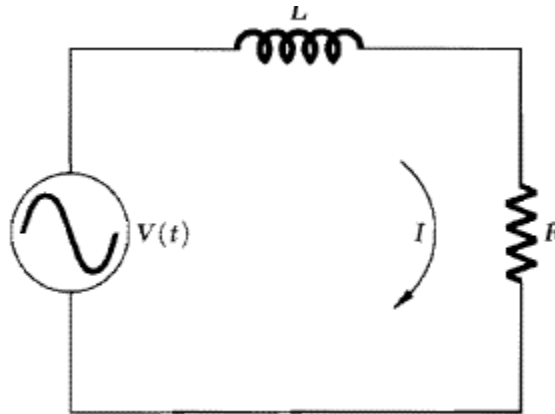
olur. Bu denklem ile Eşitlik-22 karşılaştırıldığında bunların tam özdeş biçimde olduklarını görülür. v , I 'nın; b , R 'nin ve m de L 'nin yerini alır. $v - I$ ve $b - R$ benzerlikleri RC devresinde olduğu gibidir ve bu durumda m 'nin L indüksiyon katsayısına karşılık geldiğini bulmuş oluruz.

Bu benzetmeyi izleyerek, pistonu bir v_0 başlangıç hızı verilir ve serbest bırakılırsa hızın m/b 'ye eşit belirtgin bir sönme zamanı ve $T_{1/2} = (\ln 2) m/b$ 'lik bir yarı-ömür ile

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{b}{m}t} \quad (26)$$

denklemine göre zamanla değiştiğini görürüz.

Şimdi RL devresine yeniden dönelim ve Şekil-22'de gösterilen devrenin uygulanan sinüsel gerilime karşı tepkisini, RC devresinde kullanılan ana yol uyarınca izleyelim. Bu devrenin ayrıntılı



ŞEKİL-22

olarak çözümlenmesinden önce devreye nitel bir göz atmak yerinde olur. ω frekansı çok küçük ise akım çok yavaş değişir. Çünkü L 'nin uçları arasındaki LdI/dt ile verilen potansiyel düşmesi çok küçüktür; bu nedenle devre sanki indüktans kısmı kısa devre edilmiş gibi davranır. Bu durumda genliği $I_0 = V_0/R$ olan akım gerilim ile aynı fazda olmalıdır. Tersine çok yüksek frekanslarda L 'nin

uçları arasındaki gerilim R'nin uçları arasındakinden çok büyük olabilir ve bu yüzden R bir yana bırakılabilir. Bu durumda, akımın en büyük değeri V_0/R 'den çok daha küçüktür ve gerilim ile akım arasında bir faz farkı vardır.

Şekil-22'deki devrenin denklemi, Eşitlik-22'ye sürücü gerilim için bir terim ekleyerek bulunabilir. Eğer sürücü gerilim $V(t) = V_0 \cos \omega t$ ile verilirse devre denklemi

$$RI + L \frac{dI}{dt} = V_0 \cos \omega t \quad (27)$$

olur. Sürücü gerilim ile aynı ω frekanslı fakat aralarında bir faz farkı olabilen bir çözüm ararız. Şu halde;

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (28)$$

şeklinde bir çözüm deneyelim. I_0 ile ϕ 'yi bulmak için yapılacak işlem bunun karşılığı olan Deney ED1'deki hesabın tam benzeridir ve ayrıntıları öğrencilere bırakılmıştır. Eşitlik-27 ve 28'de yerlerine konularak doğrulukları gösterilebilecek olan sonuçlar:

$$\tan \phi = -\omega L / R$$

$$I_0 = \frac{V_0 \cos \phi}{R} = \frac{V_0}{[R^2 + (\omega L)^2]^{1/2}} \quad (29a)$$

dır. Böylece önceden nitel olarak kestirdiğimiz doğru çıktı. Çok alçak frekanslarda ($\omega L \ll R$) sanki indüktans kısa devre edilmiş gibidir, ϕ hemen hemen sıfırdır, I_0 ise V_0/R 'ye eşittir. Çok yüksek frekanslarda ($\omega L \gg R$), sanki direnç kısa devre olmuş gibi $\phi = -\pi/2$ 'e ve I_0 'da $V_0/\omega L$ 'ye ulaşır. Orta frekansta her zaman akımın fazı gerilimden 0 ile $-\pi/2$ arasında bir açı kadar geridedir. $[R^2 + (\omega L)^2]^{1/2}$ niceliğine genellikle devrenin empedansı denir ve Z ile gösterilir. Böylece herhangi bir frekansta $I_0 = V_0/Z$ 'dir.

Çıkardığımız yararlı başka bir sonuç da şudur: Herhangi bir frekansta R ve L'den şimdi olduğu gibi aynı akım geçiyorsa L'nin uçları arasındaki gerilim R'deki gerilimden bir çeyrek dönem $\pi/2$ öndedir. L, çok alçak frekanslarda kısa devre, çok yüksek frekanslarda ise açık devre olur.

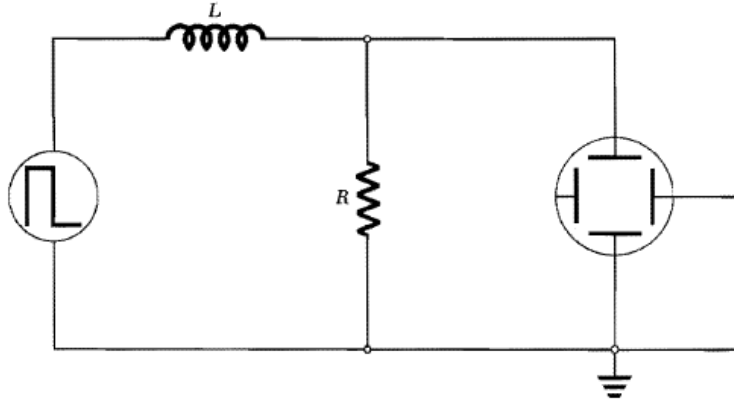
DENEY

1. ÜSTEL ARTIŞ

Bir RL Devresinde akımın üstel azalmasının normal bir voltmetre ile gözlenmesi, RC devresinde yük gevşemesinin gözlenmesi gibi pratik değildir. Çünkü yeterince büyük bir zaman sabitinin elde edilebilmesi için L'nin aşırı derecede büyük olması gerekir. Bununla birlikte Şekil- 15'dekine benzer bir düzenek kullanabiliriz. Böyle bir düzenek Şekil-23'de gösterilmiştir. Bu durumun, RL devresinde akımın üstel azalmasına veya akımın sıfırdan üstel artarak V_0 kare-dalga genliğine ulaşmasına karşılık geldiğine dikkat ediniz. Her iki durumda da zaman sabiti aynıdır (Neden?).

Akımın her iki yönde bir periyodluk üstel artmasını $R = 1 \text{ k } \Omega$ ve $L = 22 \text{ mH}$ başlangıç değerleri için gözleyin. Kare-dalga'nın bilinen frekansının kullanılması ile osiloskobun x eksenini doğrudan zaman birimlerine göre ayarlanabilir. Yarı-ömrü ölçünüz ve bundan L/R zaman sabitini hesaplayın. Bu değeri, doğrudan L ve R'den hesaplanan değer ile karşılaştırabilmek için R'nin yalnızca devre

direnci olmayıp Deney ED-1’de tartışıldığı gibi, kare-dalga üreticinin iç direncini de kapsadığına dikkat etmek gerekir.



ŞEKİL-23

R ve L’nin çeşitli değerlerini deneyebilirsiniz. Özellikle L/R kare-dalganın T periyodundan çok daha büyük olursa ne olur? Bu ne zaman çok daha küçüktür?

2. SİNÜSSEL TEPKİ

Osilatörün sinüs-dalga çıkışını kullanarak RL devresinin sinüsel bir sürücü gerilime karşı tepkisini gözlemede aynı deney düzeneği kullanılabilir. Böylece Eşitlik-29a’nın öngörülleri sınanabilir. Osiloskop R’nin uçları arasındaki gerilimi ölçer. $I_0 = V_R/R$ Ohm yasasından akım kolayca elde edilir. Başka bir yol olarak, bu bağıntı Denk (29a) ile birleştirip I_0 ’ı aradan çıkararak,

$$\frac{V_R}{V_0} = \frac{R}{[R^2 + (\omega L)^2]^{1/2}} \quad (29b)$$

bulunur. R direncinin ve sinüsel-dalga üreticinin uçlarını sıra ile osiloskobun düşey girişine bağlayarak $\frac{V_R}{V_0}$ gerilim oranı kolayca ölçülebilir. Bu oranı kabaca yarıya düşürecek bir frekans seçin, oranı olabildiğince kesinlikle ölçün ve ϕ faz kayma açısını hesaplayın. Bundan ve sinüs dalganın bilinen frekansından L/R değerini hesaplayın. Üreteç frekans ölçeğinin f frekansını verdiğini ve $\omega = 2\pi f$ olduğunu unutmayın.

3. FAZ KAYMASI

Üreteç gerilimi ile devre akımı (veya direnç gerilimi) arasındaki faz kayması, Deney ED-4 ile ED1’de tartışılan yöntemlerden biri ile ölçülebilir. $\frac{V_R}{V_0} = \frac{1}{2}$ ’deki frekansın üstündeki ve altındaki çeşitli frekanslarda faz açısını ölçün. $\tan \phi$ ’yi ω ’nın fonksiyonu olarak gösteren bir grafik çizin. Bu çizimin eğiminden L/R ’yi bulunuz ve devre bileşenlerinden hesaplanan değer ile karşılaştırın.

SORULAR

- 1 L/R niceliğinin zaman boyutunda olduğunu gösterin.
- 2 Çıkış geriliminin girişin zamana göre türevi olması için bir RL düzenlenimi (kombinasyonu) nasıl bağlanmalıdır?
- 3 RL devresi frekansı $\omega = R/L$ olan bir sinüsel gerilim ile sürüldüğü zaman faz kayması ne olur? İndüksiyoncu gerilimin sürücü gerilime oranı nedir?
- 4 Bir sinüsel fonksiyonun $[\cos(\omega t + \phi)]$ gibi zamana göre türevi alınınca fazının daima $\pi/2$ kadar artacağını gösterin.
- 5 Bir indüktansın iç seri direnci önemsenemezse bu durum indüktanstaki gerilim ile akım arasındaki bağıl fazı nasıl değiştirecektir?
- 6 Eşitlik-27'deki sürücü gerilim $V_0 \cos \omega t$ yerine $V_0 \sin \omega t$ ile verilmiş olsaydı yapılan çözümlemede ne gibi bir değişme olacaktı? Eşitlik-29'da verilen sonuçlar aynı mı yoksa farklı mı olacaktı? Açıklayın.
- 7 Şekil-21'deki devrede üreticin devreden çıkarıldığını ve sonra $t = 0$ anında devreye sokulduğunu varsayınız, akımı zamanın fonksiyonu olarak veren bir bağıntı bulunuz. İp ucu: Akımın son I_0 değeri ile bir andaki $I(t)$ değeri arasındaki fark L/R zaman sabiti ile üstel olarak düşer.

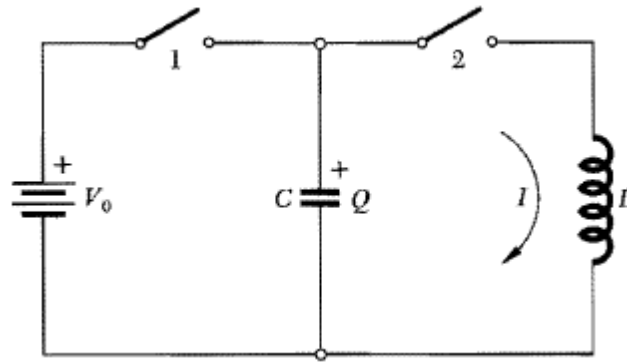
Deney *ED - 3*

LRC Devreleri ve Salınımlar

GİRİŞ

Deney ED-1’de bir sığanın bir direnç üzerinden boşalmasını ve direnç-sığa takımının sinüsel bir sürücü gerilime karşı tepkisini inceledik. Bu sistemin davranışının yay ve amortisörden oluşan kapı kapayıcısının davranışına benzediğini gördük.

Bu deneyde, harmonik salınganın elektrikteki benzeri olan elektrik devresini inceleyeceğiz. Temel düşünceleri tanıtmak için önce, Deney ED-1’in Şekil-2’deki devresine çok benzeyen Şekil- 24’deki devreyi ele alalım.



ŞEKİL-24

Bu devrenin öncekinden farkı direnç yerine bir indüktans konulmuş olması ve bataryanın değişik biçimde bağlanmasıdır. Anahtar 1’i birden kapatarak sığaya bir Q_0 ilk yükü verildiğini ve sonra $t = 0$ anında anahtar 2’nin kapatıldığını varsayalım. Böylece sığa indüksiyoncu üzerinden boşalmaya başlar. Bununla beraber RC devresinden farklı olarak indüktans uçları arasındaki gerilim LdI/dt ile verildiğinden akım birden değişemez. Bunun yerine akımın değişim hızı sığada bir andaki gerilimin indüktansın uçları arasındaki gerilim ile aynı olmasını gerektiren koşul ile belirlenir. Akımın yönünü Şekil-24’teki gibi tanımlarsak

$$I = -dQ/dt \text{ ve } Q/C = LdI/dt \quad (30)$$

bağıntısını elde ederiz. Bunları birleştirerek

$$L d^2Q/dt^2 = -Q/C \quad (31)$$

buluruz.

Bu denklemin şekli, kütlesi m ve kuvvet sabiti k olan bir harmonik salınganın Newton hareket denkleminin tam aynıdır.

$$m d^2x/dt^2 = -kx \quad (32)$$

Sığanın tersinin ($1/C$) Deney ED-1’deki yayın k kuvvet sabitinin ve L indüktansının da mekanik

sistemdeki m kütesinin yerini aldığını görürüz. Başlangıçtaki yer değiştirmesi x_0 olan bir harmonik salınganın hareket denkleminin

$$x = x_0 \cos \omega_0 t$$

ile verildiğini biliyoruz. Buradaki ω_0 açısal frekansıdır ($\omega_0 = 2\pi f$) ve

$$\omega_0 = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} \quad (33)$$

ile verilir.

Benzetişe devam edersek, sığadaki yükün de zaman ile

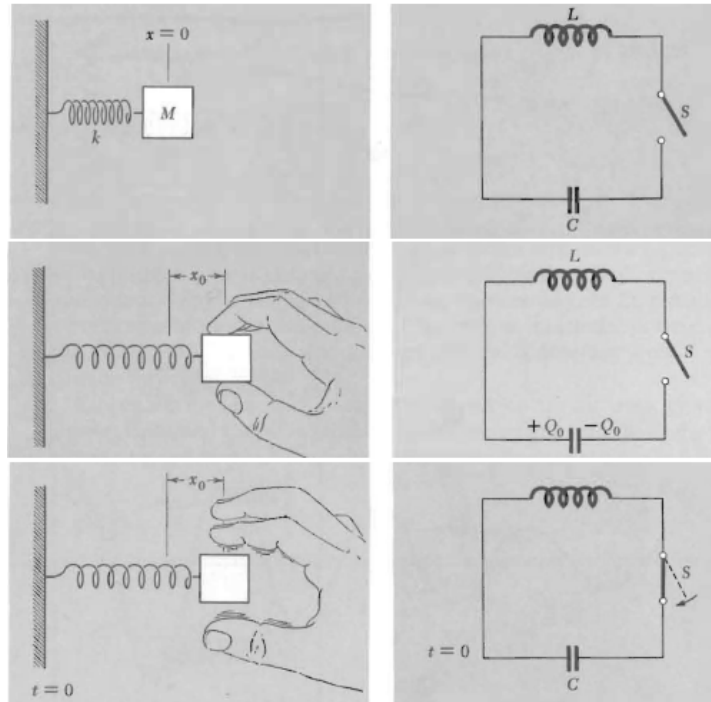
$$Q = Q_0 \cos \omega_0 t$$

denkleminde göre salındığını görürüz. Buradaki açısal frekans

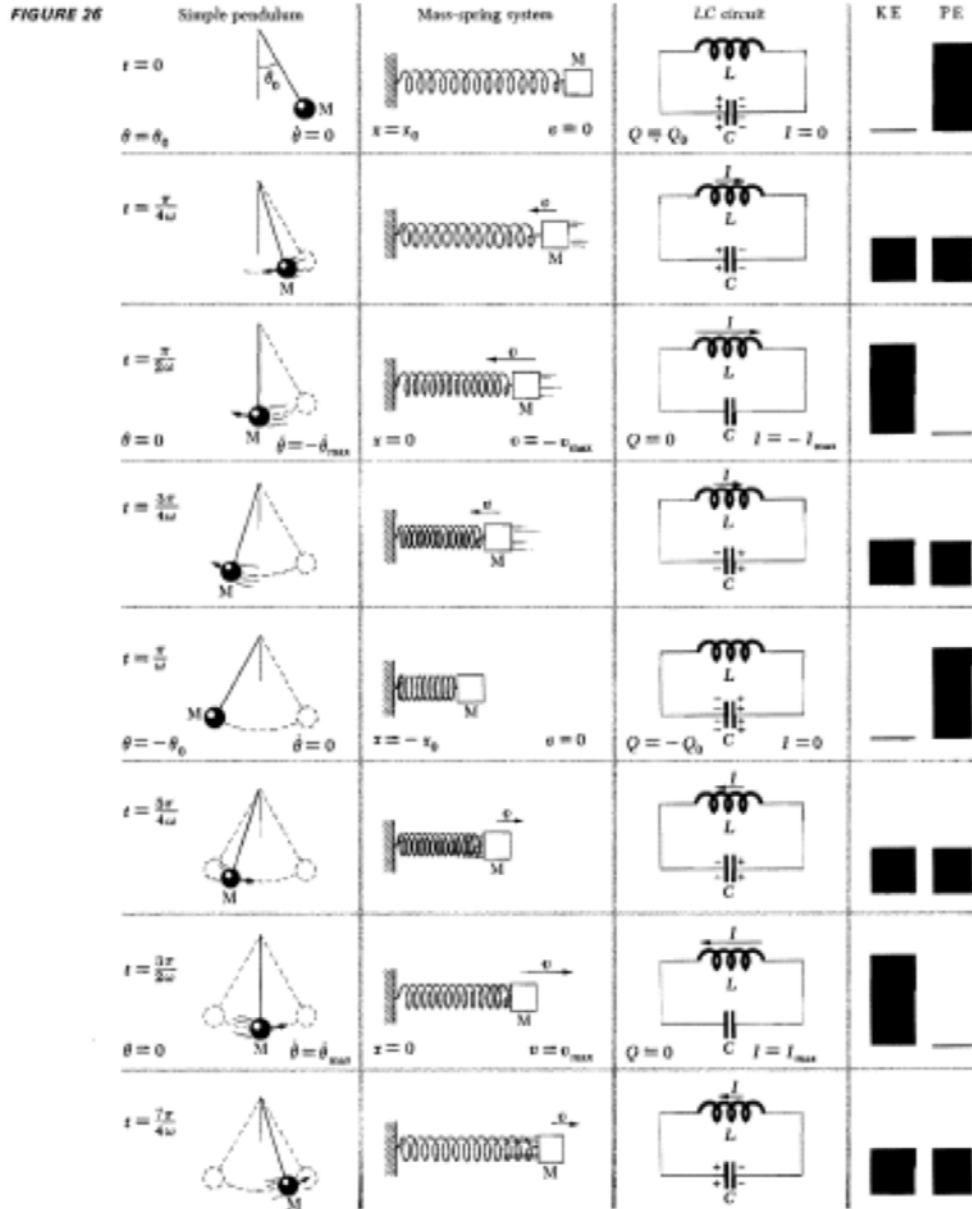
$$\omega_0 = 1/(LC)^{1/2} \quad (34)$$

ile verilir.

Harmonik salıngandaki enerji, hareket sırasında potansiyelden kinetik enerjiye ve kinetikten yeniden potansiyel enerjiye dönüşür. Yer değiştirmenin en çok, hızın sıfır olduğu noktalarda enerji tüm potansiyeldir; yer değiştirmenin sıfır hızın en büyük olduğu noktalarda ise enerjinin tümü kinetiktir. Benzerince LC devresinde sığa yükünün en çok akımın sıfır olduğu anlarda enerji tüm sığada, yükün sıfır akımın en fazla olduğu anlarda ise indüktansın manyetik alanında toplanır. Böylece sığanın elektrik alan enerjisi potansiyel enerjiye, indüktansın manyetik alan enerjisi de kinetik enerjiye benzer. Bu benzerlikler Şekil-25 ve 26'da daha ayrıntılı biçimde gösterilmiştir.



ŞEKİL-25



ŞEKİL-26

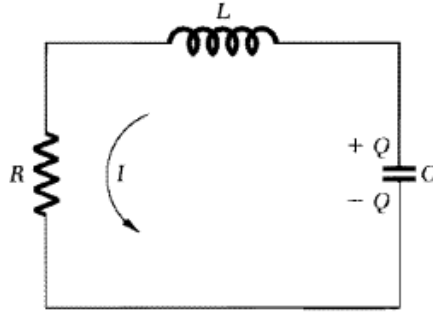
Burada, sönümlü bir harmonik salınganın elektrikteki benzerinin, bir direnç, bir indüktans ve bir sığadan oluşan bir elektrik devresi olduğunu görmek zor olmayacaktır. Harmonik salıngan için geçerli Eşitlik-32'nin, hız ile orantılı, zıt yönde olduğu düşünülen bir sönüm kuvvetini veren $-b dx/dt$ teriminin eklenmesi ile değiştirilmesi gerekir. Böylece sönümlü harmonik salınganın hareketinin diferensiyel denklemi

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (35)$$

olur. Şekil-27'de gösterilen devre için Kirchhoff'un ilmek kuralı

$$-L \frac{dI}{dt} - IR + \frac{Q}{C} = 0$$

denklemini verir.



ŞEKİL-27

Bu ifade , $I = -dQ/dt$ 'i kullanarak, Q cinsinden yeniden yazılabilir:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad (36)$$

Bu denklem önceden ileri sürüldüğü gibi Eşitlik-35'in biçimce tam aynıdır. Önceki gibi, L , m 'ye; $1/C$, k 'ya ve R direnci sönüm sabiti b 'ye eş düşer.

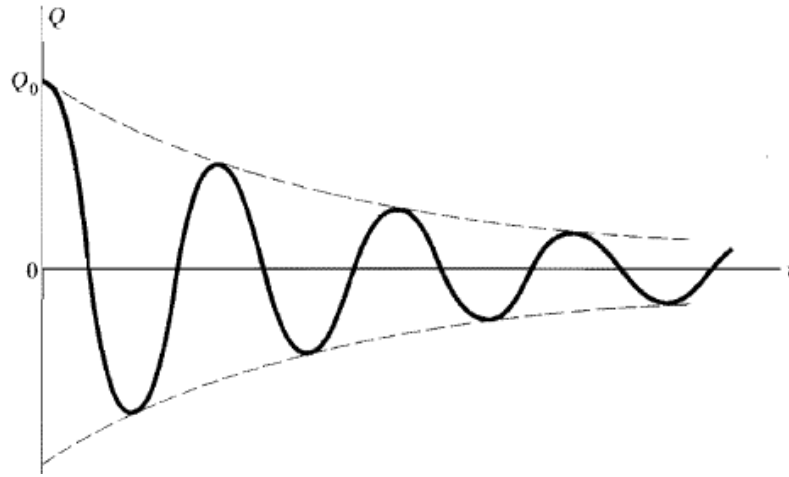
Sönümlü harmonik salıngan ile LRC devresi arasındaki benzerliğin başka bir yönü iki sistemdeki enerji bağıntılarının göz önüne alınması ile ortaya çıkar. Daha önce gözlendiği gibi sönümsüz bir harmonik salınganın toplam mekanik enerjisi sabittir. Sönüm kuvvetinin etkisi enerjiyi sürekli olarak azaltmaktır. Çünkü her an hız ile zıt yönlüdür ve dolayısı ile her zaman dizgede eksi iş yapar.

Benzer şekilde dirençsiz bir LC devresinin toplam enerjisi sabittir; indüktans ile sığa enerjisi biriktirir, fakat elektrik enerjisini devreden çıkarıp eksiltmez. Direncin eklenmesi $I^2 R$ güç kaybı ile dizgenin enerji kaybetmesine yol açar. Enerjinin dirençte ısıya dönüşmesi ile devredeki elektrik enerjisi sürekli olarak azalır.

Hiç kuşkusuz tam sönümsüz bir harmonik salınganın bulunması gerçekleştirilmesi olanak dışı ideal bir durumdur. Örneğin, doğrusal hava rayında yapılan deneyler, kızağı taşıyan hava tabakasının viskozluğunun aşağı yukarı hız ile oranlı küçük, fakat ihmal edilmeyen bir sönüm kuvveti oluşturduğunu gösterir. Aynı şekilde dirençsiz bir LC devresi de bir idealdir. Devrede hiç direnç olmasa bile indüktans sargı telinin ve bağlama tellerinin direnci hiç bir zaman tamamen ihmal edilemez.

Harmonik salınganlar (hava rayı veya bir basit sarkaç) üzerindeki çalışmalar sönüm kuvvetinden ileri gelen enerji kaybı ile birlikte salınımların genliğinde de düzgün bir azalma olduğunu gösterir. Benzer şekilde Şekil-27'deki gibi bir LRC devresinde, sığa üzerindeki Q yükünün salınım genliğinin küçülmesini bekleriz (Şekil-28). "Sönümlü salınım" terimi ile anlatılmak istenen bundan başka bir şey değildir.

Salınımların ne çabuklukla söndüğü hiç kuşkusuz b sönüm sabitinin veya R direncinin büyüklüğüne bağlıdır. Bu niceliklerin daha büyük bir değer alması salınımların daha çabuk düşmesine yol açar. Bu bağıntı ayrıntılı şekilde incelenebilir. Sorunu burada iki farklı yönden ele alacağız; birisi enerji kavramlarını kullanarak yaklaşık bir çözümlemeye gitmek, öteki ise Eşitlik-35 ile 36'nın genel çözümlerini kullanmaktır.



ŞEKİL-28

Önce enerji yaklaşımını ele alarak şu soruyu soralım: Belli bir dönem için en büyük yer değiştirme (genlik) x_0 ise, bu dönem süresince dizge ne kadar enerji kaybeder? Anlık enerji kaybetme hızı sönüm kuvvetine karşı iş yapma hızıdır. Bu, bv kuvveti ile v hızının çarpımı olan bv^2 dir. Bu nicelik dönem boyunca değişir, fakat bir dönem içindeki toplam enerji kaybı, yaklaşık olarak, ortalama enerji kaybetme hızı (bv^2 nin ortalama değeri) ile bir dönem için geçen

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\left(\frac{m}{k}\right)^{1/2} \quad (37)$$

zamanının çarpımı şeklinde verilir.

Bu v^2 hız karesinin ortalama değerini bulmak için, bir harmonik salınganın $\langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle_{\text{ort}}$, ortalama kinetik enerjisinin $\langle \frac{1}{2}kx^2 \rangle_{\text{ort}}$, ortalama potansiyel enerjisine eşit olduğunu göz önüne alalım; o halde bu niceliklerin her biri E toplam enerjisinin yarısına eşit olmalıdır. Buna göre $\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle_{\text{ort}} = \frac{1}{2}E$ 'dir. O zaman ortalama enerji kaybı

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_{\text{ort}} = -\langle bv^2 \rangle_{\text{ort}} = -\left(\frac{b}{m}\right)E \quad (38)$$

olur ve bir dönemlik sürede enerji kaybı:

$$\Delta E = -\left[\left(\frac{b}{m}\right)E\right]\left[\frac{2\pi}{\omega}\right] = -\frac{2\pi bE}{(mk)^{1/2}} \quad (39)$$

olur.

Öte yandan, $\frac{dE}{dt}$ bir dönem boyunca sabit değildir, bu nicelik v en büyük iken en büyük, sıfır iken sıfırdır. Eğer bu değişimi önemsemez ve enerjinin ortalama olarak nasıl azaldığını göz önüne alırsak, Eşitlik-38'in E 'nin bir diferensiyel denklemi olduğunu ve çözümünün de enerjiyi zamanın fonksiyonu olarak verdiğini görürüz. Bu denklemi ve çözümünü RC devresini incelerken gördük ve çözüm,

$$E = E_0 e^{-(b/m)t} \quad (40)$$

dir. Yani salınganın enerjisi, (m/b) ile verilen belirtgen bir gevşeme zamanı ile üstel olarak azalır.

Dizgede biriktirilen maksimum enerjinin bir dönemde harcanan enerjiye oranının 2π katı olarak tanımlanan nitelik katsayısının (QK) ortaya atılmasında yarar vardır. QK'yı veren bağıntı Eşitlik-39'dan kolayca bulunabilir.

$$QK = \frac{2\pi E}{\Delta E} = \frac{m\omega}{b} = \frac{(mk)^{1/2}}{b} \quad (41)$$

Dizge enerjisinin zamanla nasıl düştüğünü bulduktan sonra şimdi çoğu kez doğrudan gözleyebildiğimiz genliğin zamanla nasıl azalabileceğini bulabiliriz. Herhangi bir anda E, genliğin karesi ile oranlı olduğundan x_0 'ın zamanla değişimi, E'nin zamana göre değişimini anlatan fonksiyonun kare-kökü olan

$$\left[e^{-\left(\frac{b}{m}\right)t} \right]^{1/2} = e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \quad (42)$$

şeklinde bir fonksiyon ile verilmelidir.

Özellikle genlik

$$x = x_0 e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \quad (43)$$

ile verilmelidir, burada x_0 , $t = 0$ anındaki başlangıç genliğidir.

Böylece, salınım genliği için gevşeme zamanının (genliğin ilk değerinin $1/e$ 'sine düşmesi için geçen zaman),

$$\tau = 2m/b \quad (44a)$$

olduğunu görürüz.

Dizgenin $T_{1/2}$ yarı-ömrünü tıpkı Deney ED-1'de olduğu gibi tanımlayabiliriz. Bu sürede genlik ilk değerinin yarısına düşer ve yarı-ömür

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 = (\ln 2) 2m/b = 1,386m/b \quad (44b)$$

ile verilir. Bu eşitliğin LR devresindeki karşılığı

$$T_{1/2} = 1,386L/R \quad (44c)$$

olacağı açıktır. Sönümlü harmonik salıngan ve LRC devresi arasındaki benzerliklerden ve özellikle Eşitlik-35 ve 36 diferensiyel denklemlerinin şekilce özdeş olmalarından yararlanmak ve uygun simge değiştirmeleri yapmakla bu tartışmanın tümünün LRC devresine uygulanabileceğini kolayca gösterebiliriz. Bunun için m 'yi L ile, b 'yi R ile ve k 'yi $1/C$ ile değiştirerek aşağıdaki sonuçları elde ederiz:

$$\omega_0 = 1/(LC)^{1/2}, \quad \tau = 2L/R, \quad QK = \frac{1}{R} \left(\frac{L}{C}\right)^{1/2} \quad (45)$$

Bir de $QK = \omega_0 \tau / 2$ olduğunu da belirtelim.

Yukarıdaki sonuçlar, herhangi bir yaklaşıklığa gitmeksizin Eşitlik-35 veya 36'nın genel çözümlerini kullanarak elde edilebilir. Bu çözümler aynı zamanda hareketin öteki ilginç özelliklerini de gösterirler. Bu çeşit diferensiyel denklemlerin nasıl çözüleceğinin ayrıntılarına girmeksizin, Eşitlik-

36'nın en genel çözümünün

$$Q = Q_0 e^{-t/\tau} \cos[(\omega_0^2 - 1/\tau^2)^{1/2} t + \phi] \quad (46)$$

ifadesi ile verildiğini belirtelim. Burada ω_0 ve τ sırası ile Eşitlik-34 ve 44a ile verilir. Uygun türevleri hesaplayıp yerine koyarak Eşitlik-46'nın Eşitlik-36'nın bir çözümü olduğunu doğrulayabiliriz.

Eşitlik-46, genliği τ gevşeme zamanı ile üstel olarak azalan yaklaşık çözüm olarak aldığımız sinüsel salınımın benzeridir. Fakat arada önemli bir fark vardır. Açısal frekans, ω_0 sönümsüz frekans ile değil, bundan her zaman daha küçük bir nicelik olan $(\omega_0^2 - 1/\tau^2)^{1/2}$ ile verilir. Sınıra gidince b veya $R \rightarrow 0$ iken bu ω_0 , a eşit olur, fakat sönüm olduğu durumda frekans her zaman sönümsüz duruma göre daha küçüktür ve salınım daha yavaştır.

Bundan başka Eşitlik-46, sönümün $\omega_0 \tau = 1$ olacak kadar büyük olması halinde, frekansın sıfır olacağını gösterir; o zaman salınım olmaz ve azalma yalın üstel düşüş şeklindedir. $\omega_0 \tau = 1$ koşulu kritik sönüm olarak bilinir. Sönümlü harmonik salıngan için kritik sönümü dizge parametreleri cinsinden veren koşul:

$$2(mk)^{1/2}/b = 1 \quad (47)$$

veya LRC devresi için:

$$\frac{2}{R} \left(\frac{L}{C}\right)^{1/2} = 1 \quad (48)$$

dir. Başka bir deyimle, τ üstel azalma katsayısının zaman sabiti $T_0/2\pi$ den daha küçük olunca kritik sönüm olur. Burada T_0 dizgede sönüm olmadığı haldeki periyoddur. Bundan daha az sönüm ile de salınım olur ve dizgeye sönüm üstü denir. Bundan daha fazlasında hareket üstel olur ve dizgeye sönüm altı denir. Kritik sönüm için $QK = 1/2$ 'dir.

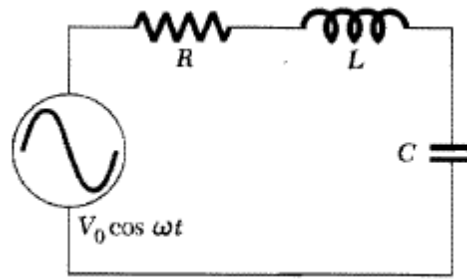
SİNÜSSEL SÜRÜCÜ KUVVETE KARŞI TEPKİ

Tıpkı Deney ED-1'de incelenen RC devresinde yaptığımız gibi, LRC devresini incelemeyi, devrenin sinüsel sürücü bir gerilime verdiği tepkiyi bulmaya değin genişletebiliriz. Gerçekten LRC devresinin önemli pratik uygulamalarının çoğunda devrenin frekansa tepki belirtgenleri kullanılır.

Şekil-29'daki devreyi göz önüne alalım ve

$$V = V_0 \cos \omega t \quad (49)$$

ile verilen sinüsel bir sürücü gerilim kaynağı dışında bu devrenin Şekil- 27'deki ile özdeş olduğuna dikkat edelim. Burada, ω açısal frekansı genellikle devrenin $\omega_0 = 1/(LC)^{1/2}$ belirtgen frekansına eşit değildir; fakat bu gerilimi oluşturan üretcin belirtgenleri ile belirlenir.



ŞEKİL 29

Çeşitli potansiyel farklarının işaretlerine özellikle dikkat ederek, Şekil-29'daki devreye Kirchoff'un ilmek yasasını uyguladığımızda, Eşitlik-36'dan tek farkın $V_0 \cos \omega t$ teriminin eklenmesi olduğu görülür. Bu durumda geçerli diferensiyel denklem:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0 \cos \omega t \quad (50)$$

dir.

Bu durumda sığanın Q yükünün zamanla değişimi, Eşitlik-50'nin çözümü olan bir fonksiyon ile anlatılır. Çözüm, tıpkı Deney ED-1'in RC devresindeki gibi bulunur. Çözümün, frekansı, sürücü geriliminki ile aynı olan fakat aralarında bir faz farkı bulunan

$$Q = Q_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (51)$$

şeklinde bir sinüs fonksiyonu olduğunu düşünelim.

Şimdi bu bağıntının çözüm olabilmesi için, Q_0 ve ϕ 'nin gerekli değerlerini, bunu ve türevlerini Eşitlik-50'de yerlerine koyarak bulalım. $\sin(\omega t + \phi)$ ve $\cos(\omega t + \phi)$ fonksiyonlarını, önceki gibi, açıp terimleri $\sin \omega t$ ve $\cos \omega t$ parantezlerine alalım. Buradaki katsayılar Deney ED-1'deki nedenlerle ayrı ayrı yok olmalıdır. Bu koşulu uyguladığımızda

$$-Q_0 \omega^2 L \cos(\omega t + \phi) - Q_0 \omega R \sin(\omega t + \phi) + \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + \phi) = V_0 \cos \omega t$$

elde ederiz. Bu ifadede $\sin(\omega t + \phi)$ ve $\cos(\omega t + \phi)$ ifadelerini açıp, $\sin \omega t$ ve $\cos \omega t$ parantezlerine alarak

$$Q_0[(1/C - L\omega^2)\cos\phi - R\omega\sin\phi]\cos\omega t - Q_0[(1/C - L\omega^2)\sin\phi + R\omega\cos\phi]\sin\omega t = V_0 \cos\omega t$$

yazabiliriz. Burada $\cos\omega t$ ve $\sin\omega t$ 'nin katsayılarını sıra ile eşitleyerek

$$Q_0[(1/C - L\omega^2)\cos\phi - R\omega\sin\phi] = V_0 \quad (52a)$$

$$Q_0[(1/C - L\omega^2)\sin\phi + R\omega\cos\phi] = 0 \quad (52b)$$

Elde ederiz. Eşitlik-52b'yi yeniden düzenleyerek:

$$\tan\phi = \frac{R}{\omega L - 1/\omega C} \quad (53)$$

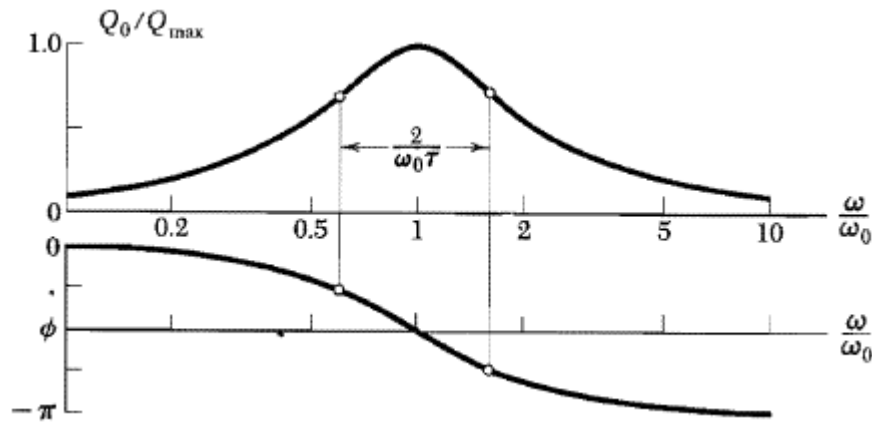
Eşitlik-52a'yı $\sin\phi$ ile bölüp Eşitlik-53'ü yerine koyalım ve Q_0 'ı çözelim:

$$Q_0 = -\frac{V_0}{\omega R} \sin \phi \quad (54)$$

buluruz. Q_0 , içinde ϕ bulunmayacak şekilde de belirtilebilir:

$$Q_0 = \frac{\frac{V_0}{\omega}}{[R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]^{1/2}} \quad (55)$$

Eşitlik-53 ile 55'in önemi, Q_0 ve ϕ 'yi ω sürücü gerilim frekansının fonksiyonu olarak veren Şekil-30'dan görülebilir. Çok alçak frekanslarda, faz açısının sıfır ve tıpkı RC devresinde olduğu gibi, Q yükünün sürücü gerilim ile aynı fazda olduğunu görürüz. Daha yüksek frekanslarda ϕ , gittikçe eksileşir ve çok yüksek frekans sınırında Q , V 'den yarım-dönem ($\phi = -\pi$) geridedir.



ŞEKİL-30

Bu Q_0 genliği ω ile ilginç biçimde değişir; $(\omega L - 1/\omega C)$ 'nin sıfır olduğu $\phi = -\pi/2$ durumunda

$$(Q_0)_{max} = \frac{V_0}{\omega R} \quad (56)$$

en büyük değerine ulaşır. Bu, $\omega = (1/LC)^{1/2}$ olduğu zaman gerçekleşir; bu da devrenin ω_0 sönümsüz frekansından başka bir şey değildir. Yani, sürücü frekansın doğal sönümsüz frekansa eşit olması halinde dizgenin tepkisi en büyüktür. Belli bir frekansta tepkinin “tepe değerine ulaşmasına” rezonans denir, buna benzer rezonans olayları fiziğin hemen bütün dallarında görülür.

Q_0 'ın ω 'ya bağlı olarak veren eğrinin tepesinin keskinliği ilginçtir; $\omega L - 1/\omega C = \pm R$ iken Q_0 ın en büyük değerinin $1/\sqrt{2}$ 'sine düştüğünü ve $\phi = -\pi/4$ veya $-3\pi/4$ olduğunu Eşitlik-53 ve 55'den görürüz. Tepkinin maksimumunun $1/\sqrt{2}$ 'ye düşmesi için ω , ω_0 dan ne kadar farklı olmalıdır? Bu sorunun karşılığını bulmak için ω 'yı $\omega_0 + \Delta\omega$ olarak gösterip

$$(\omega_0 + \Delta\omega)L - \frac{1}{[(\omega_0 + \Delta\omega)C]} = \pm R \quad (57)$$

eşitliğini sağlayan $\Delta\omega$ 'nın değerini buluruz.

Bu denklemden $\Delta\omega$ tam olarak çözülebilir. Fakat sönümün, eğrinin tepesini oldukça keskin yapacak kadar küçük ve $\Delta\omega \ll \omega_0$ olduğunu düşünerek yapılan yaklaşıklık çok büyük bir kolaylık sağlar ve daha çok bilgi verir. Bu durumda;

$$\frac{1}{(\omega_0 + \Delta\omega)} \cong 1/\omega_0 - \Delta\omega/\omega^2$$

dır, bu uzun bir bölme işlemi ile doğrulanabilir. Bu sonucu $\omega_0 = (1/LC)^{1/2}$ ile birlikte Eşitlik- 57’de kullanıp basitleştirmeleri yaparak

$$\Delta\omega = \pm \frac{R}{2L} = \pm 1/\tau \quad (58)$$

elde edilir. Eşitlik-58, R küçük olunca $\Delta\omega$ ’nın da küçük olacağını ve tepki eğrisi tepesinin her iki yanında keskince düştüğünü gösterir. R’nin daha büyük değerleri, daha yassı, daha geniş bir tepe verir. Tepki eğrisinin “genişliği”nin daha önce tartışılan nitelik katsayısı ile doğrudan ilgili olduğunu da belirtelim. Eşitlik-45 ile 58’i birleştirerek,

$$QK = \omega_0/(2\Delta\omega) \quad (59)$$

buluruz.

Şu halde devrenin sönüm belirtgenleri doğrudan onun frekans tepkisine bağlıdır; QK’nın büyük olması sönümün küçük gevşeme zamanının uzun ve tepki eğrisinin keskince dikleşmesi demektir. QK’nın küçük olması ile bunların tersi olur.

Devredeki I akımı Eşitlik-51’in zamana göre türevinden başka bir şey değildir ve fazı her zaman Q’dan $\pi/2$ öndedir. Bunun için, rezonansta I, V ile aynı fazdadır ve R’den L ile C sanki kısa-devre yapılmış gibi akım geçer. Bu nedenle ω_0 , R’de en çok güç harcamasına yol açan frekanstır.

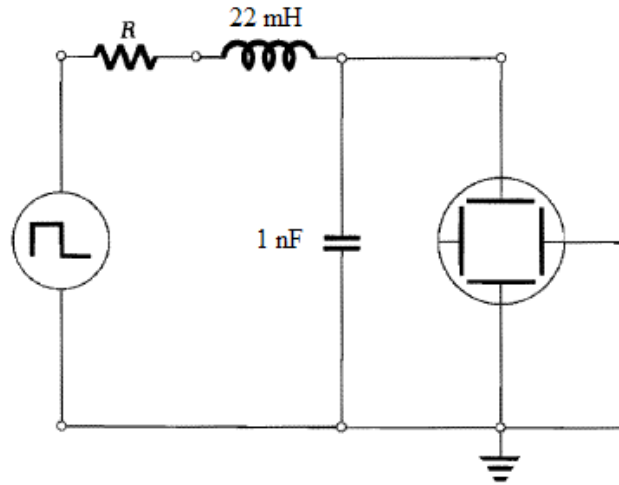
Dirençteki güç kaybının $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ frekanslarında en büyük değerinin yarısı olduğu kolayca gösterilebilir. Bu frekanslara yarı-güç noktaları da denir.

DENEY

1. SALINIMLAR

Bir LRC devresinde sönen salınımların gözlemi ve üstel azalmanın incelenmesi Deney ED-1’de kullanılan teknik ile yapılabilir. Burada kare-dalga üretici, periyodlu olarak açılıp kapanan bir üreteç işini görür. Bunun için Şekil-31’deki devre önerilebilir. Osiloskop, C’nin uçları arasındaki gerilimi ölçer; süpürme kare-dalga ile zamandadır, dolayısı ile yatay eksen (zaman), kare dalganın bilinen frekansına göre ayarlanabilir.

Sönen salınımların frekansını ve yarı-ömrünü ölçünüz; ω_0 ile τ ’yu hesaplayınız ve Eşitlik-44 ve 45’den bulunanlar ile karşılaştırın. Bu devredeki R, Deney ED-1’de tartışılan kare-dalga üreticinin iç direncini ve elektronik volt-ohmmetre ile ölçülebilen indüktans direncini gösterir.



ŞEKİL-31

2. KRİTİK SÖNÜM

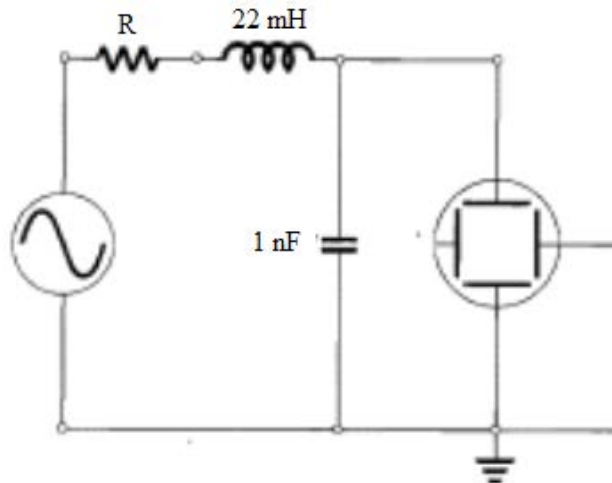
Kritik sönüm ile sönüm üstünü incelemek için R sabit direncine 25 k Ω 'luk değişken bir direnç ekleyin. Küçük bir değerinden başlayarak R'yi kritik sönüme ulaşıncaya kadar artırın. R'yi ohmmetre ile ölçünüz ve Eşitlik-48'den bulunan kritik sönüm direnci ile karşılaştırın. Direnç, kritik-sönüm değerinden daha büyük olursa ne olur?

3. FREKANS TEPKİSİ

Bir sinüsel sürücü gerilime karşı frekansın tepkisini incelemek için aynı devre sinüs-dalga üretici ile kullanılabilir (Şekil-32). Deney ED-1'de tartışılan tekniği kullanarak genliği ve ϕ fazını frekansın fonksiyonları olarak ölçünüz ve elde edilen değerlerin grafiğini çizin. Gözlenen rezonans frekansını önceden kestirilen ile karşılaştırın.

4. NİTELİK KATSAYISI

“Yarı-güç” frekansları ile yarı-güç noktaları için ω 'yı bulunuz ve devrenin QK'sını hesaplayınız, bunu sönen salınımdan bulunan QK ile karşılaştırın.



ŞEKİL-32

SORULAR

- 1 Dirençsiz bir LC devresinde sığa yükünün en çok olduğu halde akımın sıfır olduğunu ve bunun tersinin de doğru olabileceğini gösterin.
- 2 R yalnız indüktans sarımlarının direncinden oluşmuş ve dış direnç sıfır ise LRC devresinin nitelik katsayısı ne olur?
- 3 Eşitlik-55'in ω 'ya göre türevini alıp sıfıra eşitleyerek, Q_0 ' ın en büyük değerini yalnız R'nin küçük olması halinde tam ω_0 da olduğunu ve daha büyük R değeri için rezonans tepesinin biraz daha küçük bir frekansta meydana geldiğini gösterin. Eğer R yeterince büyük ise eğrinin hiç tepesi olmayacağını ve ω 'nın sürekli olarak düşen bir fonksiyonu olacağını gösterin. R'nin kritik değerini ve buna karşılık gelen QK'yı bulunuz. İp ucu: Eşitlik-55'i yalnızca ω^2 bulunacak şekilde düzenleyip ω^2 yerine tek bir simge (diyelim y) kullanır ve $1/Q^2$ niceliğinin y'e göre diferensiyelini alarak yapılan hesabı basitleştirebiliriz.
- 4 Sinüsel sürücü gerilim halinde C'deki gerilim ile L'deki gerilim arasındaki faz bağıntısı nedir? C'deki gerilim ile R'deki gerilim arasındaki faz bağıntısı nedir?
- 5 Rezonans frekansında, L ile C'deki gerilimlerin büyüklükçe eşit olduğunu ve aralarında yarım dönemlik bir faz farkı bulunduğunu, böylece L ile C'deki toplam potansiyel farkının sıfır olduğunu gösterin.
- 6 Rezonans frekansı a) 10^{-2} Hz, b) 10^{10} Hz olan bir LC devresinin düzenlenmesinde ne gibi sorunlarla karşılaşılır?
- 7 sığadaki gerilimin V_C rezonans genliğinin sürücü gerilimin V_0 genliğinden çok daha büyük olabileceğini ve bunun $V_C = (QK)V_0$ ile verildiğini gösterin.

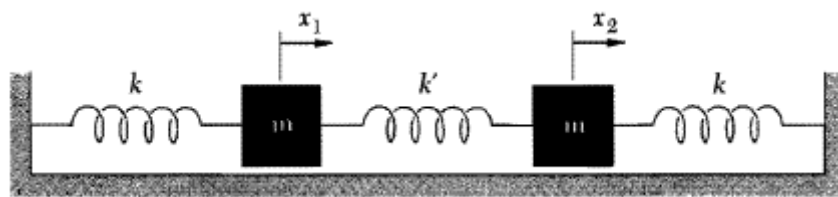
Deney *ED - 4*

Çiftlenimli Salınganlar

GİRİŞ

Bu deneyde, mekaniksel harmonik salınganlar veya LC devreleri gibi salıngan iki dizge arasında etkileşimin nasıl olduğunu inceleyeceğiz. Deneysel inceleme elektrik devreleri üzerinde olacaktır. Fakat temel kavramları daha kolay gözlenen ve alışık olduğumuz mekanik dizgeler yolu ile işleyeceğiz.

Şekil-33'de gösterilen dizgeyi göz önüne alalım.



ŞEKİL-33 Çiftlenimli kütle-yay sistemi.

Kütleler doğrusal hava rayındaki gibi sürtünmesiz yatay bir doğru boyunca hareket etmektedir. Eğer k' yayı olmasa idi dizge

$$\omega = (k/m)^{1/2} \quad (60)$$

açısal frekansında ve herhangi bir genlik ile salınabilen iki özdeş harmonik salıngan olacaktı. k' yayı iki salınganın etkileşmesini sağlar ve bileşik dizgenin davranışını ilginç bir şekilde değiştirir.

Bu dizgeyi daha ayrıntılı olarak çözümlmek için her kütleyle karşılık bir hareket denklemi ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$) yazarak elde edilen denklemler takımının çözümlerini bulmaya çalışalım. x_1 ve x_2 koordinatları kütlelerin denge konumundan uzaklaşmalarını göstermektedir. Birinci kütleyle sol yaydan doğan $-kx_1$ ve orta yaydan ileri gelen $k'(x_2 - x_1)$ kuvvetleri etkimektedir. Böylece birinci kütlenin hareket denklemi için

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -kx_1 + k'(x_2 - x_1) \quad (61a)$$

yazabiliriz. Benzerince ikinci kütlenin hareket denklemi için

$$m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -kx_2 - k'(x_2 - x_1) \quad (61b)$$

yazabiliriz. Bu iki denklemi tekrar düzenlersek

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + (k + k')x_1 - k'x_2 = 0 \quad (62a)$$

$$m \frac{d^2 x_2}{dt^2} + (k + k')x_2 - k'x_1 = 0 \quad (62b)$$

elde ederiz. x_1 yerine x_2 koyduğumuzda iki kütleli hareket denklemlerinin şekilce tam aynı olduğunu görürüz. Hiç kuşkusuz, bu simetri fiziksel durumun simetrisinden ileri gelmektedir.

Sezgimiz bu denklemlerin çözümlerinin bulunmasında bize yol gösterecektir. İki kütle aynı faz ve aynı genlik ile salındığında basitçe görülen bir hareket ortaya çıkar; bu durumda k' yayı hiç bir kuvvet meydana getirmez ve her iki kütle $\omega = (k/m)^{1/2}$ frekansı ile basit harmonik hareket yapar. Her iki kütleli aynı frekansla [bunun $(k/m)^{1/2}$ ye eşit olması gerekmez] başka bir sinüsel hareket yapması olanağı var mıdır? Bu soruyu cevaplandırmak için;

$$\begin{aligned}x_1 &= A_1 \cos \omega t \\x_2 &= A_2 \cos \omega t\end{aligned}\tag{63}$$

şeklinde bir çift çözüm deneyelim. Bu deneme çözümlerini türevleri ile birlikte Eşitlik-62'de yerlerine koyarak çözüm olup olmadığını, yani diferensiyel denklemleri sağlayıp sağlamadıklarını buluruz. Bunları yerlerine koyup $\cos \omega t$ ortak katsayısı ile böldüğümüzde;

$$\begin{aligned}m \omega^2 A_1 - k A_1 + k' (A_2 - A_1) &= 0 \\m \omega^2 A_2 - k A_2 - k' (A_2 - A_1) &= 0\end{aligned}$$

buluruz. Her bir denklemi A_1 ve A_2 parantezlerine alarak

$$\begin{aligned}[(\omega^2 - (k + k')/m)A_1 + \left(\frac{k'}{m}\right)A_2] &= 0 \\ \left(\frac{k'}{m}\right)A_1 + [(\omega^2 - (k + k')/m)A_2] &= 0\end{aligned}\tag{64}$$

Öyle ise, A_1 ve A_2 genlikleri Eşitlik-64'ü sağlayınca Eşitlik-63, Eşitlik-62'nin çözümüdür.

Eşitlik-64 türdeş (homojen) çizgisel denklemler takımıdır. Çözümün olabilmesi için katsayı determinantı sıfıra eşit olmalıdır:

$$\begin{vmatrix}(\omega^2 - (k + k')/m) & \frac{k'}{m} \\ \frac{k'}{m} & (\omega^2 - (k + k')/m)\end{vmatrix} = 0\tag{65}$$

Bu determinantın açılımı yapılsa

$$[\omega^2 - (k + k')/m]^2 = [k'/m]^2$$

elde edilir. Kare kök alınarak

$$\omega^2 - \frac{k + k'}{m} = \pm k'/m$$

$$\omega^2 = k/m \text{ ve } \omega^2 = \frac{k+2k'}{m}$$

ve son olarak

$$\omega = \left[\frac{k}{m}\right]^{1/2} \text{ ve } \omega = \left[\frac{k+2k'}{m}\right]^{1/2}$$

elde edilir. Köklerin büyüğü ve küçüğü için ω_+ ve ω_- gösterimlerini kullanarak

$$\omega_+ = \left[\frac{k+2k'}{m} \right]^{1/2} \text{ ve } \omega_- = \left[\frac{k}{m} \right]^{1/2} \quad (66)$$

yazarız.

Şu halde ω 'nın Eşitlik-66'da verilen değerlerden birini alması halinde iki kütle aynı frekansla sinüsel olarak hareket edebilir. Eşitlik-65 takımının birine, ω_+ veya ω_- değerleri yerleştirilmekle gösterebileceği gibi genlikler arasında da kesin bir bağıntı bulunmalıdır. Birinci denklemi alıp ω_+ yı yerine koyduğumuzda,

$$A_1 = -\frac{\frac{k'}{m}}{\frac{k+2k'}{m} - \frac{k+k'}{m}} A_2 = -A_2$$

buluruz. Aynı işlem ω_- için yapılacak olursa bu kök için $A_1 = A_2$ olduğu ortaya çıkar.

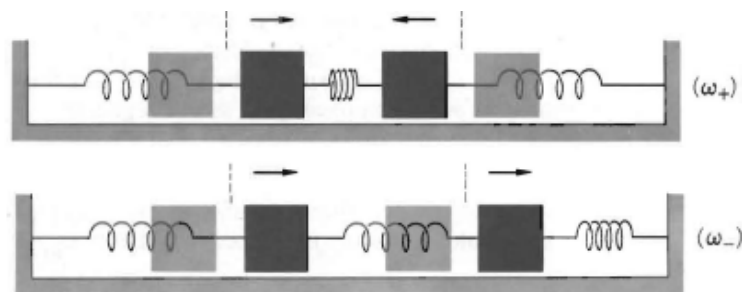
Şimdi bu sonuçları yorumlayabilecek durumdayız. ω_- kökü az önce incelediğimiz hale uyar ve bu iki kütlenin aynı frekans ve aynı genlik ile çiftlenimsiz salınganlar gibi titreşmesine karşılık gelir. Bu durumda k' çiftlenim yayının hiç bir etkisi yoktur. Öteki durumda ise genlikler zıt işaretli olduklarından hareketlerin genlikleri eşittir, aralarında yarım dönemlik bir faz farkı vardır. Bu halde çiftlenim yayı geri çağırıcı ek bir kuvvet oluşturduğundan ω frekansı çiftlenimsiz dizgelerin frekansından daha büyüktür.

Hareket denklemleri çizgisel diferensiyel denklemler olduğundan çözümlerin bir toplamı da bir çözümdür. Elde ettiğimiz genlikler arasındaki bağıntıları bir araya getirerek dizgenin fiziksel olanaklı bütün hareketlerini kapsayan en genel

$$\begin{aligned} x_1 &= A \cos \omega_- t + B \cos \omega_+ t \\ x_2 &= A \cos \omega_- t - B \cos \omega_+ t \end{aligned} \quad (67)$$

çözümünü elde ederiz. Burada A ve B, başlangıç koşullarına bağlı gelişen güzel sabitlerdir.

Tek frekanslı hareketin herbirine normal kip denir; genel olarak hareket normal kip hareketlerinin bir karışımıdır. Fakat özel başlangıç koşullarının bir sonucu olarak A veya B genliklerinden biri sıfır olursa iki kütlenin, meydana gelen tek frekanslı hareketine normal kip denir. Normal kiplerden ikisi Şekil-34'de gösterilmiştir.



ŞEKİL-34

İlginç bir durum, özellikle k' çiftlenim yayının öteki ikisinden çok zayıf (yani $k' \ll k$) olması halinde A ve B genliklerinin eşit olması ile ortaya çıkar. O zaman Eşitlik-67, ilginç ve öğretici bir

şekle sokulabilir. Bu halde ω_+ ve ω_- normal -kip frekansları hemen hemen eşittir. Bu durumda

$$\omega_0 = \frac{\omega_+ + \omega_-}{2} , \Delta\omega = \frac{\omega_+ - \omega_-}{2}$$

veya

$$\omega_- = \omega_0 - \Delta\omega , \omega_+ = \omega_0 + \Delta\omega \quad (68)$$

gösterimlerinin kullanılmasında yarar vardır. Burada ω_0 , normal kip frekanslar ortalaması, $\Delta\omega$ herbirinin ortalamadan olan farkıdır. Açıkça görüldüğü gibi, eğer $k' \ll k$ ise o zaman $\Delta\omega \ll \omega_0$ dır.

Şimdi bu gösterimi $A = B$ varsayımı ile birlikte Eşitlik- (67)'de kullanalım ve her kosinüsü

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

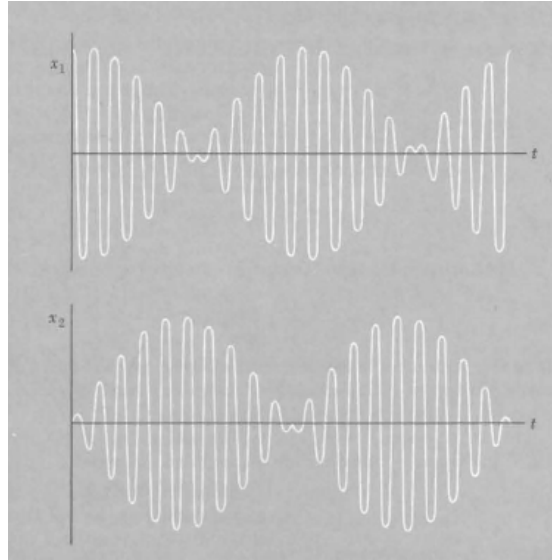
formülüne göre açalım:

$$\begin{aligned} x_1 &= A \cos(\omega_0 - \Delta\omega)t + A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t \\ &= A(\cos\omega_0 t \cos\Delta\omega t + \sin\omega_0 t \sin\Delta\omega t + \cos\omega_0 t \cos\Delta\omega t - \sin\omega_0 t \sin\Delta\omega t) \\ &= 2A \cos(\Delta\omega t) \cos\omega_0 t \\ x_2 &= A \cos(\omega_0 - \Delta\omega)t - A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t \\ &= A(\cos\omega_0 t \cos\Delta\omega t + \sin\omega_0 t \sin\Delta\omega t - \cos\omega_0 t \cos\Delta\omega t + \sin\omega_0 t \sin\Delta\omega t) \\ &= 2A \sin(\Delta\omega t) \sin\omega_0 t \end{aligned}$$

Burada x_1 ve x_2 için bulunan sonuçları tekrar yazalım:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2A \cos(\Delta\omega t) \cos\omega_0 t \\ x_2 &= 2A \sin(\Delta\omega t) \sin\omega_0 t \end{aligned} \quad (69)$$

Hareket basit sinüsel hareket değildir, çünkü koordinatların her biri zamanla iki sinüsel fonksiyonun çarpımı şeklinde değişmektedir. Bununla birlikte fonksiyonlardan biri zamanla, frekansı $\Delta\omega$ olmak üzere ağır değişirken öteki iki normal kip frekansı arasında ω_0 frekansı ile daha hızlı değişir. Bunun için bu hareketlerin frekansının ω_0 olduğunu ve genliğinin de sıfır ile $2A$ arasına değiştiğini düşünebiliriz. Bu yorum Eşitlik-69'daki parantezlere dayanmaktadır. Bundan başka x_1 genliği en büyük olduğu sırada (yani $\cos \Delta\omega t = \pm 1$ iken) x_2 genliğinin sıfır olduğu ve aynı şeklide bunun tersinin de olabileceği görülmektedir. Başlangıçta 2. kütle hareketsizdir, 1.kütle, $2A$ genliği ile titreşmektedir. 2. kütlenin $2A$ genliği ile titreşmeğe koyulduğu $\Delta\omega t = \pi/2$ ile verilen bir süre sonunda bu genlik azalmış sıfır olmuştur. Bu hareket, x_1 ve x_2 grafiklerini zamanın fonksiyonu olarak veren Şekil-35'de grafik halinde gösterilmiştir.



ŞEKİL-35

ENERJİ BAĞINTILARI

Bu durumu enerji bağıntıları yönünden ele alabiliriz. $t = 0$ anında bütün enerji salıngan 1'dedir. k' yayı ile sağlanan çiftlenimden dolayı enerjinin tümü salıngan 2'de toplanıncaya kadar enerji salıngan 2'ye aktarılır. Sonra enerji yeniden salıngan 1'e geçmeğe başlar. Enerjinin 1'den 2'ye gidip geri dönmesi için geçen alışveriş zamanı olarak adlandırabileceğimiz $t_{alış-veriş}$ zamanı $\Delta\omega t_{alış-veriş} = \pi$ bağıntısı ile verilir.

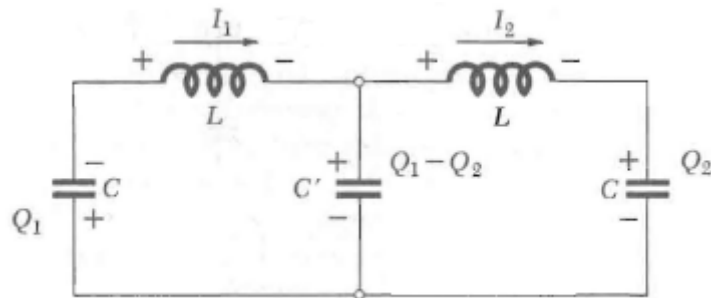
Periyotlu enerji alışverişinin açısal frekansı

$$\omega_{alış-veriş} = 2\pi/t_{alış-veriş} = 2\Delta\omega \quad (70)$$

ile verilir.

ELEKTRİKSEL BENZERLİK

Buraya kadar olan deneylerde tartıştığımız elektromekanik benzerleri kullanarak çiftlenimli iki harmonik salınganın elektrikteki benzerini bulabiliriz. Kütle-yay dizilimi indüksiyon-sığa dizilimine, çiftlenim yayı da çiftlenim sığasına karşılık gelir. Özel olarak, elektriksel benzer dizge Şekil-36'da görülen devredir.



ŞEKİL-36

Bunun gerçekten biraz önce tartışılan mekanik dizgenin bir benzeri olduğunu ayrıntılı bir şekilde doğrulamak için Kirchoff'un gelirim (ilmek) kuralını her ilmeğe iki kez uygulayarak devre denklemlerini yazalım. Çeşitli yük ve akımlar şekilde gösterildiği gibi işaretlenmişlerdir. C' çiftlenim sığasındaki yük $\pm (Q_1 - Q_2)$ olup bunun karşılığı olan gerilim $\pm (Q_1 - Q_2)/C'$ dür. Şekil-36'da gösterilen yük ve akımların tanımlarından akımlar $I_1 = dQ_1/dt$ ve $I_2 = dQ_2/dt$ ile verilir. İndüksiyoncuların uçları arasındaki gerilimler, I_2 için de aynı olmak üzere, $L dI_1/dt = -L d^2 Q_1/dt^2$ ile verilir. Devre denklemleri şöyledir:

$$-\frac{Q_1}{C} - L \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + \frac{Q_2 - Q_1}{C'} = 0$$

$$-L \frac{d^2 Q_2}{dt^2} - \frac{Q_2}{C} - \frac{Q_2 - Q_1}{C'} = 0$$

veya

$$L \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \right) Q_1 - \frac{1}{C'} Q_2 = 0 \quad (71a)$$

$$L \frac{d^2 Q_2}{dt^2} + \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} \right) Q_2 - \frac{1}{C'} Q_1 = 0 \quad (71b)$$

Bu son iki denklemi çiftlenimli harmonik salınganların Eşitlik-61 ile karşılaştırdığımızda bunların şekilce özdeş olduklarını görürüz. Buradaki elektromekaniksel benzerlikler önceki deneylerde bulduğumuzın aynıdır: $L \leftrightarrow m$, $1/C \leftrightarrow k$, $Q \leftrightarrow x$ ve $I \leftrightarrow v$. Şu halde, her iki kip birlikte bulunduğu zamanki enerji aktarılması, dizgenin iki parçası çiftlenimsiz olduğu zaman davranışı ve normal kiplerin anlatımını da ekleyerek yukarıda çiftlenimli harmonik salınganlar için söylenilen her şeyi çiftlenimli LC rezonans devreleri için de tekrarlayabiliriz. Burada $k' = 0$, sonsuz derecede büyük C' çiftlenim sığası karşılığıdır. Böyle bir sığanın özeliği, sığa ne kadar yüklenirse yüklensin uçları arasındaki gerilimin sıfır olmasıdır. Genel olarak bir sığa için $V = Q/C'$ dir.

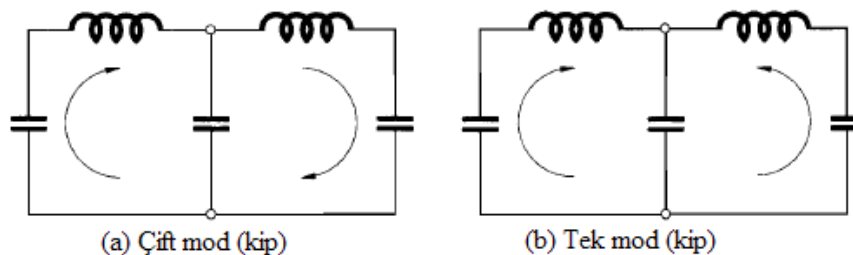
Buna göre, Q' nün herhangi belli bir değeri için V sıfırdır. Bu nedenle C' bir kısa devre gibi davranır ve iki LC devresi çiftlenimsiz olur. $\Delta\omega \ll \omega_0$ zayıf çiftlenim koşulu C'' nün C' den çok daha büyük olmasıdır, bu ise yukarıdaki açıklamalar olmasa idi çelişki olurdu.

Normal kip frekansları:

$$\omega_- = \left(\frac{1}{LC} \right)^{1/2} \quad (72a)$$

$$\omega_+ = \left[\frac{1}{L} \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C'} \right) \right]^{1/2} \quad (72b)$$

Şekil- 37.a'da gösterildiği gibi ω_- , iki akımın aynı yönde olmasına karşılık olur ve böylece C'' den hiç akım geçmez, şekil 37.b'deki durum ise ω_+ da zıt yöndeki akımlara karşılıktır.



ŞEKİL-37

Eğer $C' \gg C$ ise Eşitlik-72'yi Taylor serisine açmak yararlıdır:

$$\omega_+ = \left(\frac{1}{LC}\right)^{1/2} \left(1 + 2\frac{C}{C'}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{LC}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{C}{C'} - \frac{1}{4}\frac{C^2}{C'^2} + \dots\right)$$

O zaman ω_0 ortalama frekansı yaklaşık olarak

$$\omega_0 = \left(1 + \frac{C}{2C'}\right)\left(\frac{1}{LC}\right)^{1/2} \quad (73)$$

ile verilir ve $\omega_{\text{alış-veriş}} = \omega_+ - \omega_-$ alış-veriş frekansı yaklaşık olarak

$$\omega_{\text{alış-veriş}} \cong \frac{C}{C'} (1/LC)^{1/2} = \frac{C}{C'} \omega_0 \quad (74)$$

olur.

Normal modların (kiplerin) incelenmesine ek olarak ilmeklerden birine Şekil-39'deki gibi sinüsel bir gerilim uygulanması halinde dizgenin davranışını da inceleyebiliriz. Bu durumun çözümlenmesi kolayca yapılabilir. Bu durumda Eşitlik-71a'ya $V(t) = V_0 \cos \omega t$ terimini eklemektir. Bu durumda Eşitlik-71a ve b yerine

$$L \frac{d^2 Q_1}{dt^2} + \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}\right) Q_1 - \frac{1}{C'} Q_2 = V_0 \cos \omega t \quad (75a)$$

$$L \frac{d^2 Q_2}{dt^2} + \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}\right) Q_2 - \frac{1}{C'} Q_1 = 0 \quad (75b)$$

yazabiliriz. Ondan sonra uygulanan gerilimin ω frekansı ile aynı frekansta olan

$$Q_1 = A_1 \cos \omega t \quad Q_2 = A_2 \cos \omega t \quad (75c)$$

şeklinde çözümler ararız. Bu durumda A'nın denklemleri artık türdeş (homojen) değildir ve A'lar her zaman tam çözülebilir (Bunun için Vibrations and waves, George G. King ve Vibrations and waves, A. P. French kitaplarına bakabilirsiniz.). A_1 ve A_2 katsayıları için

$$A_1 = \frac{1}{2} \frac{V_0}{L} \left[\frac{1}{\omega_-^2 - \omega^2} + \frac{1}{\omega_+^2 - \omega^2} \right] \quad (75d)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \frac{V_0}{L} \left[\frac{1}{\omega_-^2 - \omega^2} - \frac{1}{\omega_+^2 - \omega^2} \right] \quad (75e)$$

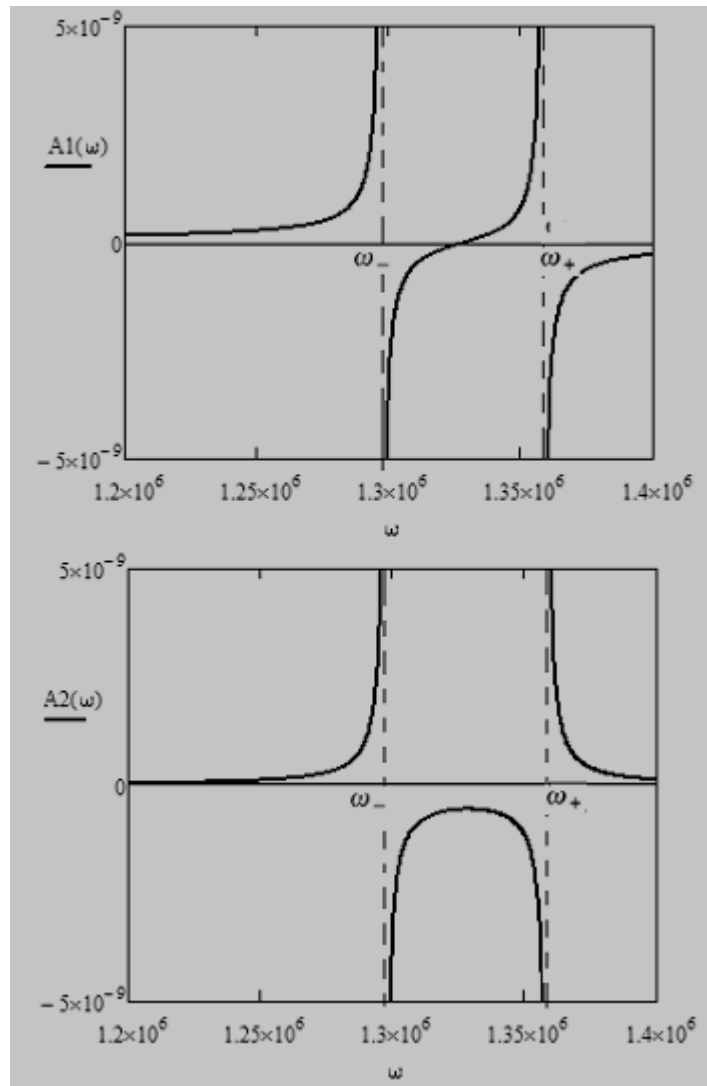
sonucunu elde ederiz (Bu işlemleri yapmanızı öneririz). A_1 ve A_2 genliklerinin uygulanan dış sürücü gerilimin ω frekansına bağlı davranışları Şekil-37b'de verilmiştir.

Beklenebileceği gibi ω sürücü-gerilim frekansı ω_+ ile ω_- normal mod frekanslarından birine yakın olduğunda ilginç şeyler olur. Tıpkı bir çocuğun salıncaktaki başka bir çocuğu salıncağın doğal salınım frekansı ile itip enerjiyi en verimli şekilde artırmasında olduğu gibi, üreteç dizgeye bu frekanslarda en büyük etkinlikle enerji verir. Sürücü frekansın dizgenin doğal frekansı ile zamandaş (eşzamanlı) olmasına rezonans denir. Bunun daha yalın biçimde incelenmesi Deney ED-3'de yapılmıştır.

Özetlersek:

- $\omega < \omega_-$ bölgesinde Q_1 ve Q_2 yükleri aynı fazda titreşirler.
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_-^2 + \omega_+^2}{2}}$ değerinde $A_1 = 0$ dır.

- $\omega = \omega_-$ ve $\omega = \omega_+$ olduğunda sistem rezonans durumuna gelir ve yükler çok büyük genlikli salınım yaparlar. Bu olaydan yararlanarak sistemin normal modları (ω_- ve ω_+) deneysel olarak belirlenebilir.
- $\omega > \omega_+$ bölgesinde Q_1 ve Q_2 yükleri zıt fazda titreşirler



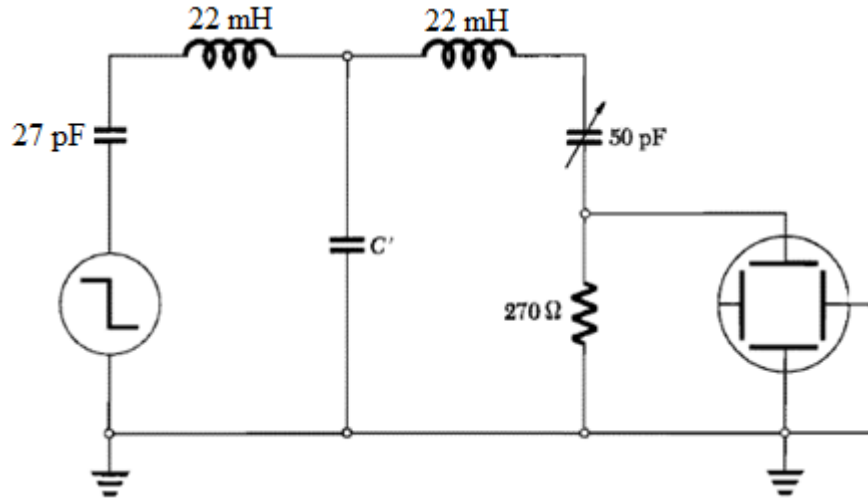
ŞEKİL-37b. $L=22$ mH, $C=27$ pF, $C'=560$ pF alınarak çizilmiştir.

DENEY

1. SERBEST SALINIMLAR

Şekil-38'de gösterilen devre çiftlenimli LC devrelerinin davranışını incelemek için kullanılabilir. Salınımlar, tıpkı Deney ED-4'deki gibi kare-dalga üretici tarafından başlatılır. Salınımlar direnç yüzünden sonsuza dek süremezler ve sönelerler. 270Ω 'luk direnç osiloskopta gözlenebilen küçük bir gerilim düşmesi meydana getirir. Dizgeyi çiftlenimsiz salınanların frekansları tam aynı olacak şekilde ayarlayabilmek için Şekil-38'de verilen devrede sağ taraftaki salınımcıda 25 pF'lık sabit sığa yerine 50 pF'lık değişken bir sığa bağlanır. C' çiftlenim sığası için 560 pF'lık bir ilk değer alınabilir.

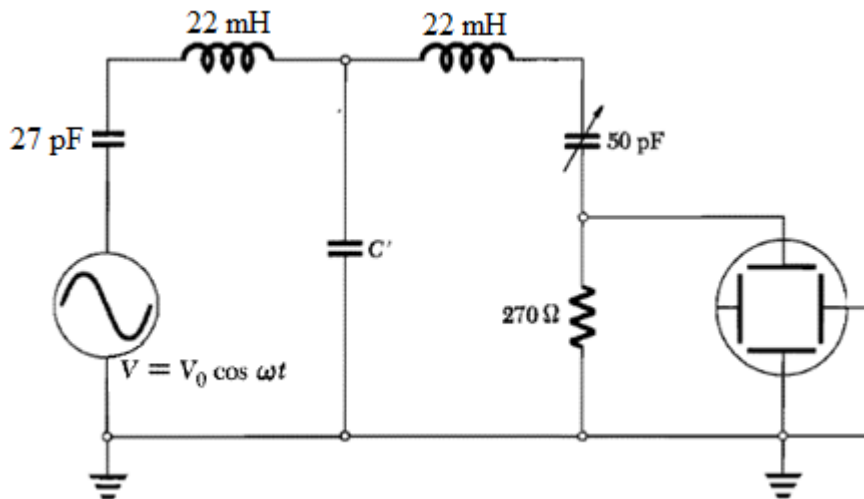
İki devreyi dengelemek için değişken kondansatörü $\Delta\omega$ frekans farkı en küçük oluncaya kadar ayarlayın. Alış-veriş frekansını osiloskopta ölçüp Eşitlik-74'den hesaplanan değer ile karşılaştırın. Aynı zamanda, kare dalga'nın bir dönemine giren salınım sayısını sayarak ω_0 'ı ölçün. Eşitlik-73'den hesaplanan değer ile karşılaştırın. İsterseniz C' çiftlenim sığasının başka değerlerini de deneyebilirsiniz. Önerilebilecek başka değerler 47 pF, 200 pF ve 0,001 μ F'dır. C' kısa devre yapılırsa ne olur? Eğer büsbütün çıkarılırsa ne olur?



ŞEKİL-38

2. ZORLA SALINIM

Devrenin sinüsel bir sürücü gerilime tepkisini incelemek için Şekil-39'daki devre kullanılabilir. Üreteç gerilimini sabit tutarak, çıkış gerilimini frekansın fonksiyonu olarak ölçünüz.



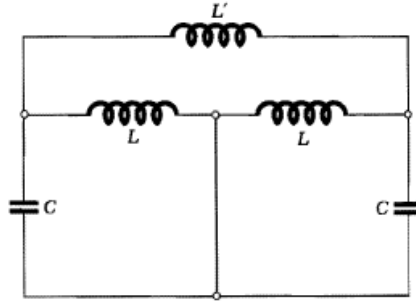
ŞEKİL-39

Biri, ω_- 'de öteki ω_+ 'da olmak üzere iki maksimum bulmalısınız. Bu frekansları C' ' nün birkaç değeri için ölçünüz ve önceden Eşitlik-72'den hesaplanan değerler ile karşılaştırın. Gözlenen frekans farkını geçici davranıştan bulunan alışveriş frekansı ($f_{alış}$) ile karşılaştırın.

Akımların faz bağıntısı ω_- modu için Şekil-37a'da gösterildiği gibidir. Buna göre C' den geçen net akım her zaman sıfırdır. Faz ω_+ modu için Şekil-37b'deki gibidir ve C' den geçen akım ilmeklerin her birinden geçen akımın iki katıdır. Bu nedenle C' ye seri bağlı bir direncin ω_+ modu söndürmesi, fakat ω_- 'yi söndürmemesi gerekir. Olayı, tepki frekansı eğrisi üzerinde incelemek ilginç olacaktır. Rezonans tepelerinden hangisi değişir? Bu direncin geçici tepki üzerindeki etkisi nedir? ω_- modunu nasıl söndürebilirsiniz? Deneyiniz?

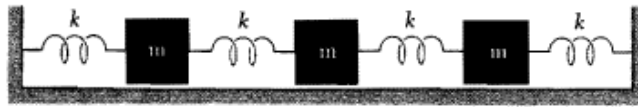
SORULAR

- 1 Şekil-33'deki çiftlenimli harmonik salınganlarda ω_+ kipini elde etmek için hangi başlangıç koşulları kullanılmalıdır? Yalnız ω_- kipi için durum nedir? Sadece bir tek koşullar tümcesi mi vardır, yoksa her bir kip için birden fazla olabilir mi?
- 2 Niçin $\omega_{\text{alış-veriş}}$ frekansı tam $\Delta\omega$ değil de $2\Delta\omega$ 'dır?
- 3 İki LC devresinin en iyi şekilde uyuşmasını niçin $\Delta\omega$ 'nın en küçük olma koşulu sağlar?
- 4 Çiftlenimli salınganların sinüsel davranışlarını incelerken ω_+ kipini söndürmeden ω_- nasıl söndürülebilir?
- 5 Şekil-40'da gösterilen devrenin mekaniksel benzerini bulun. B dizgenin biri sıfır olmak üzere üç normal kip frekansı vardır. Sıfır - frekans kipine hangi fiziksel durum karşılık gelir?



ŞEKİL-40

- 6 Şekil-41'de gösterilen mekanik dizgenin elektrikteki benzerini bulun. Bunun kaç tane normal kipi vardır? Ayrıntılı hesap yapmadan bunlardan herhangi birinin yapısını veya frekansını kestirebilir misiniz?



ŞEKİL-41

- 7 Bu deneyde kullanılan indüktanslar kusursuz değildir ve indüksiyon katsayılarına ek olarak biraz dirençleri vardır. Bu, geçici davranışı kusursuz davranışa göre nasıl değiştirir? Sinüsel cevabı nasıl değiştirir?
- 8 Şekil-39'daki devrenin sağındaki sığadan geçen akımı sürücü gerilimin genlik ve frekansının fonksiyonu olarak veren bir bağıntı bulun, L, C ve C' değerlerini kullanarak tüm dirençleri önemsemeyin.

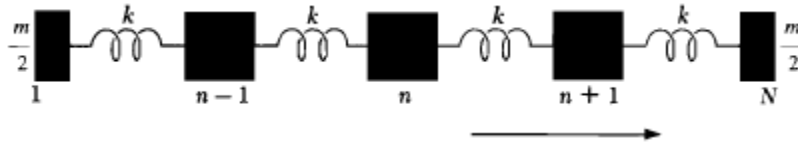
Deney ED - 5

Periyodlu Yapılar ve İletim Yolları

GİRİŞ

Deney ED-4’de incelediğimiz çiftlenimli salınganları bu deneyde genişletiyoruz. Çiftlenimli iki kütle-yay veya indüktans-sığa dizgeleri (sistemleri) yerine bunlardan birçoğunun birlikte çiftlenimli halde oluşturduğu tekrarlı (veya periyodlu) yapıları inceleyeceğiz. İlerde göreceğimiz gibi böyle yapılar, geçirdikleri atmaları, zamanca geciktirmek için kullanılabilir ve bazı frekansları geçirip ötekilerine kapalı olan süzgeçler şeklinde işlemek gibi ilginç özellikleri de vardır. Bu dizgelere çoğu kez süzgeçler, toplu (lumped) - parametrelili süzgeçler, geciktirme yolları veya yalnız yollar denir. Bu tartışmada çoğunlukla yol terimi kullanılacaktır.

Ne olup bittiğini gözümüzde canlandırabileceğimiz dizgelerin davranışlarını anlamak daha kolay olduğu için Şekil-42’de gösterilen periyodlu yapının oluşturduğu basit **mekanik** örnek ile tartışmaya başlayalım.



ŞEKİL-42

Sürtünmesiz bir doğru yol boyunca harekete zorlanan bir sıra özdeş m kütlesi aralarındaki özdeş k yaylar dizisi ile bağlıdır. Uçtaki iki kütlelerin değerleri $m/2$ 'dir. Bunlar eklenince dizgeyi her biri iki yarım kütle ve bir yaydan oluşan kesimler dizisi olarak düşünebiliriz. Bundan başka dizgenin iki ucu kapalı bir yapı oluşturmak üzere birleştirilebilir.

Eğer iletim yolunun ucundaki bir kütle boylamasına sertçe sarsılarak bırakılırsa, bu şekilde oluşan yerdeğiştirme atması yol boyunca yayılır. Atma öteki uca çarpınca geri yansır. Böylece iletim yolu boyunca geriye dönen ikinci bir atma türer. Uç yaylarını sabit duvar yerine hız kutularına bağlayıp atmaların bir kısmını veya tümünü soğurarak yansımaları önleyebiliriz. Yansımaların önlenmesi bu dizgenin elektrikteki benzerinde büyük önem taşır.

Dizgenin hareketini ayrıntılı olarak çözümlemede izleyeceğimiz yol tıpkı Deney ED-4'deki gibi olacaktır. Her kütle için diferensiyel denklemini denge konumundan olan x_n yerdeğiştirmesi cinsinden yazmak için $\Sigma F = ma$ ifadesini kullanalım. Bütün kütlelerin sayısı N ise o zaman n indisi 1'den N 'ye dek değişir. n 'inci kütle için diferensiyel denklemi yalnız x_n ye değil yayların etkisinden dolayı aynı zamanda x_{n-1} ve x_{n+1} e de bağlıdır. İletim yolunun ucunda olmayan tipik bir kütle için

$$m\ddot{x} = -k(x_n - x_{n-1}) + k(x_{n+1} - x_n) = k(x_{n-1} - 2x_n + x_{n+1}) \quad (76a)$$

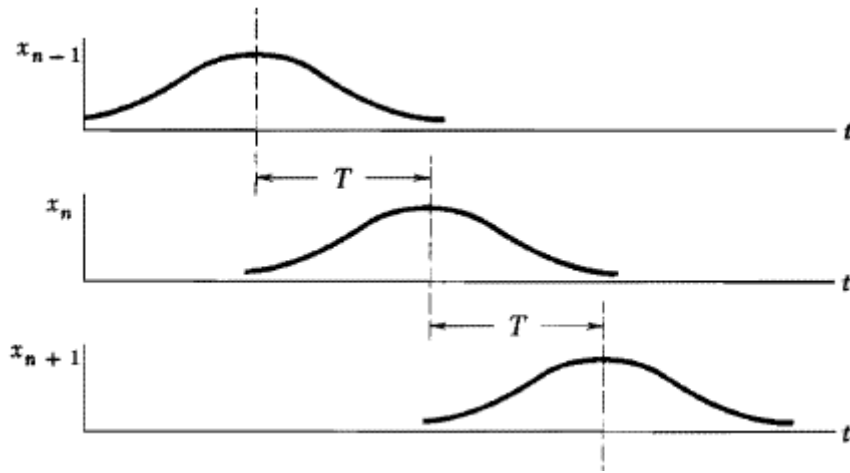
Uç kütleler ayrı olarak işlem görmelidir. Böylece

$$\frac{1}{2}m\ddot{x}_1 = k(x_2 - x_1) \quad (76b)$$

$$\frac{1}{2}m\ddot{x}_N = -k(x_N - x_{N-1}) \quad (76c)$$

buluruz.

Bu denklemlerin çözümlerini bulmak için iletim yolunun bir ucundan başlatılan bir atmanın biçim değiştirmeden sabit bir hızla yayıldığını düşünelim. Bu varsayım genellikle geçerli değildir, bunu geçerli kılan koşullar ileride tartışılacaktır. Bu varsayımı simge halinde göstermek için, sağa doğru yol alan bir atma düşünelim. Eğer belli bir n kütlesi, zamanla $x_n(t)$ fonksiyonu ile verilen bir yerdeğiştirmeye uğrarsa bir sonraki $(n + 1)$ kütlesi aynı yerdeğiştirmeye daha sonraki bir $t + T$ anında uğrar. Burada T , Şekil-43’de görüldüğü gibi bir atmanın bir kesimlik “yolu” alması için gereken zamandır.



ŞEKİL-43

Öyle ise

$$\begin{aligned} x_{n-1}(t) &= x_n(t + T) \\ x_{n+1}(t) &= x_n(t - T) \end{aligned} \quad (77)$$

olduğunu düşünebiliriz.

Bu bağıntıları basitleştirmek için Taylor serisi açılımını kullanarak $x_n(t \pm T)$ fonksiyonlarını x_n ve x_n 'nın t anındaki türevleri cinsinden aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$x_n(t + T) = x_n(t) + \dot{x}_n(t)T + \frac{1}{2}\ddot{x}_n(t)T^2 + \dots$$

ve

$$x_n(t - T) = x_n(t) - \dot{x}_n(t)T + \frac{1}{2}\ddot{x}_n(t)T^2 + \dots \quad (78)$$

Yukarıdaki bağıntılarda n 'yi sıra ile $(n - 1)$, veya $(n + 1)$ ile değiştirerek aynı bağıntıları $x_{n-1}(t \pm T)$ ve $x_{n+1}(t \pm T)$ için yazabiliriz. Aşağıdaki çözümlemelerde, bu sonsuz serilerin ilk üç terimi dışındaki bütün terimlerinin önemsenmeyecek kadar küçük olduğunu düşüneceğiz. Bu yaklaşıklık, atmanın tümünün verilen bir noktadan geçmesi için gerekli zamanın T 'ye göre çok büyük alınması halinde geçerlidir. Bu doğru ise o zaman her bir x , T zaman aralığında oldukça az değişir; $x_n(t)$ ve $x_n(t + T)$ arasındaki fark küçük olur ve seri hızla yakınsaklaşır.

İlerde göreceğimiz gibi bu varsayımın, atmaların biçim değiştirmeksizin belli bir hızla yayılmasını söyleyen önceki varsayımımız ile çok yakın bir ilişkisi vardır.

Eşitlik-76'nın çözümlerinde yaptığımız gibi Eşitlik-76a'da Eşitlik-77'yi yerine koyalım Eşitlik-78 ile verilen seri açılımlarını kullanalım:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_n(t) &= k[x_n(t+T) - 2x_n(t) + x_{n-1}(t-T)] \\ &= k\left[x_n(t) + \dot{x}_n(t)T + \frac{1}{2}\ddot{x}_n(t)T^2 - 2x_n(t) + x_n(t) - \dot{x}_n(t)T + \frac{1}{2}\ddot{x}_n(t)T^2\right] \end{aligned}$$

veya

$$m\ddot{x}_n(t) = k\ddot{x}_n(t)T^2 \quad (79)$$

Sağ taraftaki T^3 ve daha büyük üslü terimleri attık. Bunlar bırakılan terimlerden çok daha küçüktürler.

Bu denklem, kütlelerin hareketinin nasıl olduğunu ayrıntı ile göstermez. Bunu bulmak için ilk atmanın biçimini bilmeliyiz. Fakat bu, çözümler üzerindeki ilk varsayımımızın, Eşitlik-77, mekanik kanunları ile uyduğunu gösterir. Bundan başka, Eşitlik-79'un bu yasalara uyması için bir özdeşlik olması gerektiğinden T “*kesim başına gecikme*” zamanının

$$T = (m/k)^{1/2} \quad (80)$$

ile verildiğini görürüz. Şimdiye dek söylenilen her şeyin sağa olduğu kadar sola doğru yayılan, bir atma için de geçerli olduğunu belirtelim. Bu durumda Eşitlik-77'deki işaretleme zıt olur ve Eşitlik-79'da da buna karşılık değişimler olduğu için çözümlerin herhangi bir toplamı da bir çözümdür. Bu nedenle hareket zıt yönlerde yol alan atmaların üst üste binmesi olabilir. Gerçekten bir atma bir uçtan yansıdığında böyle bir durum ortaya çıkar, şimdi bu yansımaları tartışacağız.

YANSIMALAR

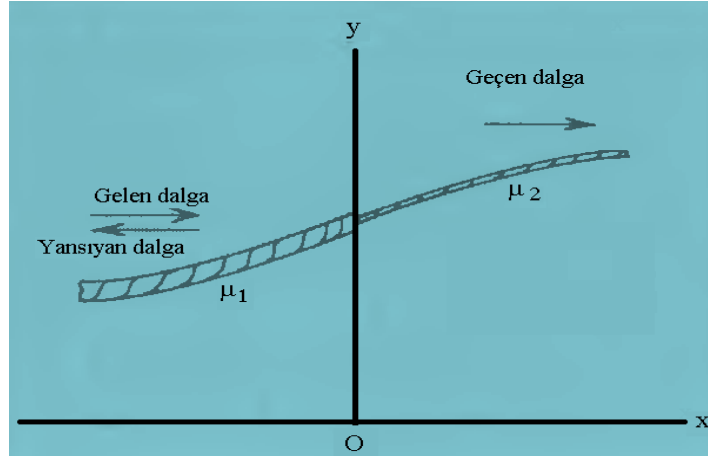
Sönüm kuvvetleri olmayınca sağ uçtaki koordinatı x_N olan $m/2$ kütlelerinin hareket denklemi Eşitlik-5.1c'dir. Bununla birlikte sözü edildiği gibi yansıyan atmanın değişmesini veya tamamen önlenmesini sağlayacak enerji soğurumu için bir yol arayabiliriz. Bu nedenle bu kütleyle $-b\dot{x}_N$ değişken sönüm kuvvetini ekleyerek

$$\frac{1}{2}m\ddot{x}_N = -k(x_N - x_{N-1}) - b\dot{x}_N \quad (81)$$

hareket denklemini elde ederiz. Bu denklem, bir atmanın iletim yolunun ucunda yansımaları incelemek için kullanılabilir.

Yansıma ve Geçme Katsayıları:

Belirli bir gerilme altında olan ip, birim uzunluk başına kütlesi farklı bir ip ile birleştirilirse, birleşme noktasında oluşan süreksizlikte ikinci ortama geçme yanında, yansıma da ortaya çıkar (Şekil-44).



ŞEKİL-44

Boyca kütle yoğunlukları μ_1 ve μ_2 olan iplerin Şekil-44'deki gibi $x = 0$ noktasında birleştiğini kabul edelim. Bu durumda aşağıdaki bağıntıları yazabiliriz:

$$\text{Gelen dalga (+x yönünde)} \quad y_I(x, t) = Ae^{i(\omega t - k_1 x)} \quad (82a)$$

$$\text{Yansıyan dalga (-x yönünde)} \quad y_R(x, t) = Be^{i(\omega t + k_1 x)} \quad (82b)$$

$$\text{Geçen dalga (+x yönünde)} \quad y_T(x, t) = Ce^{i(\omega t - k_2 x)} \quad (82c)$$

$$\text{Sol taraftaki bileşke dalga :} \quad y_1(x, t) = y_I(x, t) + y_R(x, t) \quad (83a)$$

$$\text{Sağ taraftaki bileşke dalga :} \quad y_2(x, t) = y_T(x, t) \quad (83b)$$

Burada gelen, yansıyan ve geçen dalgalar *kompleks üstel fonksiyon* gösteriminde alınmıştır.

i) $x=0$ noktasında iplerdeki enine yer değiştirmeler eşit olmalıdır:

$$y_1(0, t) = y_2(0, t)$$

veya

$$y_I(0, t) + y_R(0, t) = y_T(0, t)$$

veya

$$Ae^{i(\omega t)} + Be^{i(\omega t)} = Ce^{i(\omega t)}$$

yazabiliriz. Burada her iki taraf $e^{i(\omega t)}$ 'ye bölünerek gelen, yansıyan ve geçen dalgaların genlikleri arasında

$$A + B = C \quad (84)$$

ilişkisi elde edilir.

- ii) $x = 0$ noktasında ipler üzerindeki enine kuvvetler (gerilme kuvvetleri) her an eşit olmalıdır:

Bu koşuldan

$$T \frac{\partial y_1(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = T \frac{\partial y_2(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

veya

$$T \frac{\partial y_I(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} + T \frac{\partial y_R(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = T \frac{\partial y_T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

yazabiliriz. Burada Eşitlik-5.2'deki değerler kullanılarak

$$-TAk_1ie^{i(\omega t)} + TBk_1ie^{i(\omega t)} = -TCk_2ie^{i(\omega t)}$$

veya

$$-TAk_1 + TBk_1 = -TCk_2$$

veya

$$Ak_1 - Bk_1 = Ck_2 \quad (85)$$

elde edilir.

Şimdi (84) ve (85) denklemlerini yeniden yazalım:

$$A + B = C$$

$$Ak_1 - Bk_1 = Ck_2$$

Birinci denklemi k_1 ile çarpalım ve ikinci denklem ile taraf tarafa toplayalım:

$$\begin{aligned} k_1A + k_1B &= k_1C \\ + \quad k_1A - k_1B &= k_2C \\ \hline 2k_1A &= (k_1 + k_2)C \end{aligned}$$

Buradan

$$\frac{C}{A} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \quad (86)$$

sonucunu elde ederiz. Eşitlik-84'dan

$$B = C - A \quad \text{veya} \quad \frac{B}{A} = \frac{C}{A} - 1$$

yazabiliriz ve (86) denklemini burada kullanırsak

$$\frac{B}{A} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} - 1 = \frac{2k_1 - k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$$

veya

$$\frac{B}{A} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \quad (87)$$

sonucunu elde ederiz.

İpteki dalganın ilerleme hızının $v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ olduğunu biliyoruz. Buradan

$$k = \sqrt{\frac{\mu}{T}} = \frac{\omega}{\sqrt{T}} \sqrt{\mu} \quad (88a)$$

yazabiliriz. Birleşme noktasında dalgaların açısal frekansı (ω) ve ipteki gerileme kuvveti (T) eşit olacağından

$$k_1 = \frac{\omega}{\sqrt{T}} \sqrt{\mu_1} \quad (88b)$$

$$k_2 = \frac{\omega}{\sqrt{T}} \sqrt{\mu_2}$$

yazabiliriz. Bu değerleri (86) ve (87) denklemlerinde kullanarak $\frac{C}{A}$ ve $\frac{B}{A}$ oranları için

$$\frac{B}{A} = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} \quad (89a)$$

$$\frac{C}{A} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} \quad (89b)$$

yazabiliriz.

$\frac{T}{v}$ oranına **karakteristik empedans** diyeceğiz ve Z ile göstereceğiz. Burada v hızı için

$v = \sqrt{T/\mu}$ değerini kullanırsak karakteristik empedans için

$$Z = \frac{T}{v} = \frac{T}{\sqrt{T/\mu}} = \frac{T\sqrt{\mu}}{\sqrt{T}} = \sqrt{\mu T} \quad (90)$$

$$Z = \frac{T}{v} = \frac{\mu v^2}{v} = \mu v$$

veya $\sqrt{\mu} = \frac{Z}{\sqrt{T}}$ yazabiliriz. İpin her yerinde T gerilimleri eşittir ve bundan dolayı $\sqrt{\mu_1} = \frac{Z_1}{\sqrt{T}}$ ve

$\sqrt{\mu_2} = \frac{Z_2}{\sqrt{T}}$ yazılabilir. Bu değerler (89a) ve (89b) ifadelerinde kullanılarak

$$\frac{B}{A} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (91a)$$

$$\frac{C}{A} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (91b)$$

sonuçları elde edilir.

$\frac{B}{A}$ oranına **yansımaya katsayısı** ve $\frac{C}{A}$ oranına ise **geçmeye katsayısı** adı verilir. Birinci ortamdan ikinci ortama gelen bir dalganın **yansımaya katsayısını** R_{12} ile, birinci ortamdan ikinci ortama geçen dalganın **geçmeye katsayısını** T_{12} ile göstereceğiz. Bu tanımlama kullanılırsa (916a) ve (916b) ifadelerinden

$$R_{12} = \frac{B}{A} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (92a)$$

$$T_{12} = \frac{C}{A} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (92b)$$

yazabiliriz.

Burada verilen yansıma (R_{12}) ve geçme (T_{12}) katsayılarının **genlik yansıma ve geçme katsayıları** olduğuna dikkat ediniz.

Yukarıda tartıştığımız kütle-yay modelinde her bir hücrenin uzunluğunu a alalım. Bu durumda boyca kütle yoğunluğu yerine $\mu = m/a$ yazabiliriz. Bunu Eşitlik (90)'da kullanırsak, karakteristik empedans için

$$Z = \sqrt{\mu T} = \sqrt{\frac{mT}{a}} \quad (93)$$

yazabiliriz. Burada T/a oranı ise k yay sabiti olarak alınabilir. Bu durumda karakteristik empedans için

$$Z = \sqrt{mk} \quad (94a)$$

yazabiliriz. Bu durumda Z_1 ve Z_2 empedansları için

$$Z_1 = \sqrt{mk} \quad \text{ve} \quad Z_2 = b \quad (94b)$$

alabiliriz ($b = \text{Kuvvet/hız}$).

Bu durumda yansıma ve geçme katsayıları için

$$\Gamma_R = \frac{B}{A} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\sqrt{mk} - b}{\sqrt{mk} + b} = \frac{1 - b/\sqrt{mk}}{1 + b/\sqrt{mk}} \quad (95a)$$

ve

$$\Gamma_T = \frac{C}{A} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{2\sqrt{mk}}{\sqrt{mk} + b} = \frac{2}{1 + b/\sqrt{mk}} \quad (95b)$$

ifadeleri yazılabilir.

1. Eğer sönüm katsayısı $b = 0$ ise $\Gamma_R = B/A = 1$ olur ve atmanın tümü yansıtılır.
2. $b = Z_1 = \sqrt{mk}$ için Γ_R 'nin sıfır olduğunu belirtelim. Bu durumda sönüm nedeniyle atmanın tümü soğurulur, hiç yansımış atma **yoktur** ve uç kütleinin yer değiştirmesinin tepesi ötekileri ile aynıdır.
3. Son olarak, b katsayısı Z_1 'e göre çok büyük ise Γ_R yansıma katsayısı -1 'e yaklaşır.

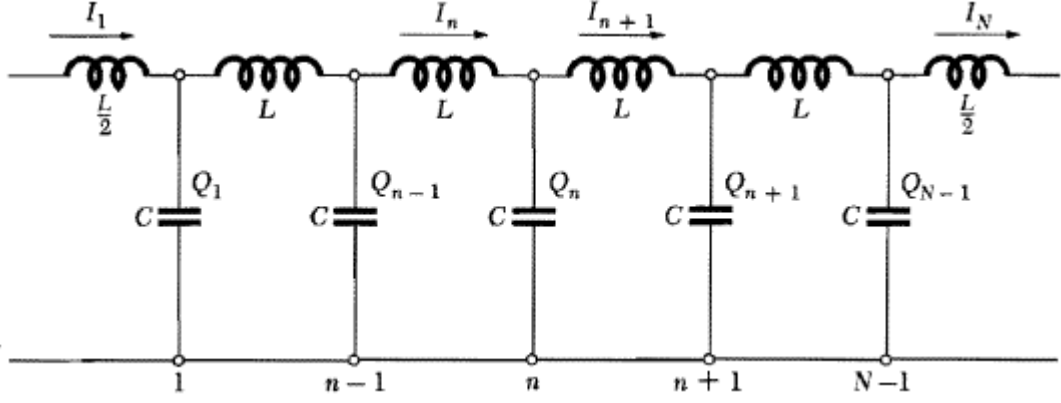
Yani yansımış atma **tersine çevrilir** ve uçtaki kütle hiç hareket etmez.

Sonuç olarak yansıma ve geçme katsayısı b 'nin büyüklüğüne kritik şekilde bağlıdır.

Bu konu için Vibrations and waves, George G. King ve Vibrations and waves, A. P. French kitaplarına bakabilirsiniz.

ELEKTRİKSEL BENZERİ

Şimdi, önceden incelediğimiz m ile L, k ile $1/C$ ve b ile R arasındaki benzerlikleri kullanarak bu dizgenin elektrikteki benzerini bulabilecek durumdayız. Akla yatkın bir benzer dizgenin Şekil-45'deki devre olduğu açıkça görülüyor. Şimdi bunun gerçekten geçerli olduğunu ortaya koyalım.



ŞEKİL-45

Şekilde belirtilen gösterimleri kullanarak Q_{n-1} ve Q_n sığalarını içine alan ilmeğe Kirchhoff'un ilmek yasalarını uyguladığımızda

$$\frac{Q_{n-1}}{C} - \frac{Q_n}{C} = L \frac{dI_n}{dt} \quad (96)$$

buluruz. Benzerince Q_n ve Q_{n+1} i içine alan ilmek için

$$\frac{Q_n}{C} - \frac{Q_{n+1}}{C} = L \frac{dI_{n+1}}{dt} \quad (97)$$

elde ederiz. Q_n in üstündeki kavşağa Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak

$$\frac{dQ_n}{dt} = I_n - I_{n+1} \quad \text{veya} \quad \frac{d^2 Q_n}{dt^2} = \frac{dI_n}{dt} - \frac{dI_{n+1}}{dt} \quad (98)$$

çıkar.

Akım türevlerini ilmek denklemlerinden çözüp Eşitlik-98'de yerlerine koyduğumuzda

$$L \frac{d^2 Q_n}{dt^2} = \frac{1}{C} (Q_{n-1} - 2Q_n + Q_{n+1}) \quad (99)$$

buluruz.

Bu denklemin Eşitlik-76a ile karşılaştırılması bunların tam aynı yapıda olduklarını dolayısı ile elektriksel benzerin geçerli olduğunu gösterir. Elektromekaniksel benzerin incelenmesini bitirmiş olmak için denklemler uçlar için elde edip bunları Eşitlik-76c ve Eşitlik-81 ile karşılaştırmamız gerekmektedir. Bu hesaplamalar ilerisi için gerekli olmadığından burada verilmeyecektir. Öğrencinin bunları kendisi için çıkarması iyi olur. Yukarıdaki mekaniksel çözümlemenin en önemli sonucu Eşitlik-80 ve Eşitlik-95'dir. Şimdi bunları elektriksel benzerin diline çevirirsek

$$T = (LC)^{1/2} \quad (100)$$

$$R_{12} = \frac{B}{A} = \frac{1-R/(L/C)^{1/2}}{1+R/(L/C)^{1/2}} \quad (101)$$

elde ederiz. Özellikle, atmanın R direnci ile kapalı uçta tamamen soğurulması için gerekli koşul:

$$R = (L/C)^{1/2} \quad (102)$$

dir. Empedans boyutunda olan $(L/C)^{1/2}$ niceliğine dizgenin belirtgin empedansı denir; böylece uç direnci belirtgin impendansa eşit olunca iletim yolunun ucundan hiç bir yansıma olmayacağı gibi önemli bir sonuca varırız.

İletim yolunun öteki ucundan ($n = N$ yerine $n = 1$) yansımaların tartışmasını yapmadık. Fakat biraz düşününce bu dizgede hiç bir şeyin yöne bağlı olmadığı görülür. Şekil-46'da sağdan sola doğru yol alan bir yansımış atma, iletim yolunun bağlı bulunduğu devrenin etkin empedansı ile bağımlı bir yansıma genliği ile sol uçta ikinci bir yansımaya daha uğrar. Bu yansıma iletim yoluna atmalar gönderen kaynağın empedansı ile veya eklenen dirençler ile oluşan devrenin iç empedansı ile olabilir. Şu halde, iletim yolunun uçları belirtgin empedansa eşit dirençlerle kapanmamış ise her yansımada Eşitlik-101 ile verilen bir zayıflama ile ardısıra yansımalar meydana gelir.

DAĞILIM (DİSPERSİYON)

Şimdi biçimi ne olursa olsun bir atmanın iletim yolunda biçim değiştirmeksizin sabit hızla yol alıp almadığı sorusuna dönelim. Bu soru sinüsel dalgaların yayılmasını ele alarak en kolay şekilde incelenebilir. Bir atma Fourier çözümlemesi ile her zaman sinüsel bileşenlerin bir toplamı olarak gösterilebilir. Eğer bütün sinüsel bileşenler aynı hızla yol alırlarsa o zaman önceden varsaymış olduğumuz gibi atmanın bütün kısımlarının aynı hızla yol almasını bekleyebiliriz. Fakat sinüsel dalgaların hızının frekanslarına bağlı olduğu ortaya çıkarsa o zaman genel olarak bir atmanın belirli bir hızla yayıldığı doğru olmayacaktır.

O halde yapılacak iş, kesimler arasında sabit faz farkı olmak üzere Eşitlik-103 için bir sinüsel çözüm almak, onun çözüm olup olmadığını denemek ve kesim başına T gecikme zamanını hesaplamaktır. Bu deneme çözümü:

$$Q_n = Q_0 \cos \omega(t - nT) \quad (104)$$

dır; n inci yükün birinciye bakınca bir nT zamanı kadar geciktiği düşünülür. Q_0 bir genlik sabiti olup bütün yükler için aynıdır. Bunu Eşitlik-99'da yerine koyunca

$$\begin{aligned} -LC\omega^2 Q_0 \cos \omega(t - nT) \\ = Q_0 \cos \omega[t - (n+1)T] - 2Q_0 \cos \omega(t - nT) + Q_0 \cos \omega[t - (n-1)T] \end{aligned} \quad (105)$$

elde ederiz. Yalnız ωT ve $\omega(t - nT)$ niceliklerinin kosinüsleri olan terimleri elde etmek için kosinüs fonksiyonlarını açalım ve $Q_0 \cos \omega(t - nT)$ ortak katsayısına bölelim:

$$\begin{aligned}
& -LC\omega^2 Q_0 \cos \omega(t - nT) \\
& = Q_0 \cos \omega(t - nT) \cos \omega T + Q_0 \sin \omega(t - nT) \sin \omega T - 2Q_0 \cos \omega(t - nT) \\
& + Q_0 \cos \omega(t - nT) \cos \omega T - Q_0 \sin \omega(t - nT) \sin \omega T
\end{aligned}$$

Buradan

$$LC\omega^2 = 2(1 - \cos \omega T) = 4\sin^2 \omega T \quad (106)$$

elde ederiz. Son kısım yarı-açı formülü kullanılarak elde edilmiştir.

Demek ki, Eşitlik-104 tipinde çözümler vardır, bunlarda her yük aynı frekansta fakat kesimler arasındaki $\phi = \omega T$ ile verilen sabit bir faz farkı ile sinüsel olarak salınır. Bununla beraber yaklaşıklık dışında kesim başına T gecikme zamanı, Eşitlik-100 ile verilmez ve genellikle frekanstan bağımsız değildir. Eğer ω 'ya karşılık gelen periyod kesim başına T gecikmesinden uzun ise o zaman ωT çok küçük olduğundan komşu kesimler arasındaki faz farkı çok küçüktür. Bu durumda Eşitlik-106'daki sinüs fonksiyonu kuvvet serisine açılabilir. Serinin yalnız ilk terimi bırakılırsa

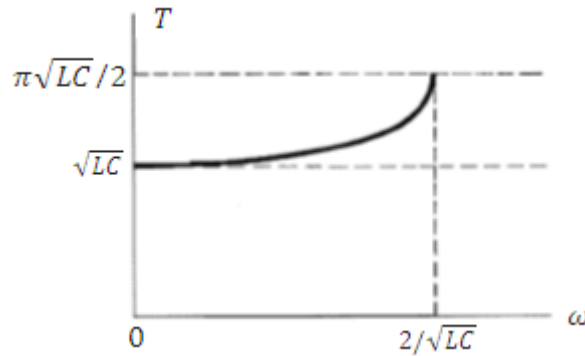
$$LC\omega^2 = 4(\omega T/2)^2 \quad \text{veya} \quad T = (LC)^{1/2}$$

elde ederiz. Böylece yalnız aşağı frekans sınırında T frekanstan bağımsız olarak Eşitlik-100 ile verilir. Bunun tersine sinüs fonksiyonu 1'i aşamadığından

$$LC\omega^2 = 4 \quad \text{veya} \quad \omega = 2/(LC)^{1/2} \quad (107)$$

ile verilen bir üst frekans sınırı vardır. Frekans bu kritik değerden büyükse Eşitlik- (100)'ün eşitlik-104 şeklinde hiç bir sinüsel çözümü yoktur.

Şekil-46, Eşitlik-106'dan elde edilen T 'yi ω 'nın fonksiyonu olarak veren grafiği göstermektedir. Şeklin gösterdiği gibi küçük frekanslarda T , ω 'dan bağımsızdır ve $(LC)^{1/2}$ ye eşittir; fakat ω arttıkça T 'de artar ve kesilim (cutoff) frekansından $\pi(LC)^{1/2}/2$ değerine ulaşır. Bu frekansa karşılık gelen periyod $2\pi/\omega$ veya $\pi(LC)^{1/2}$ olup kesilim frekansındaki kesim başına gecikme zamanının iki katına eşittir.



ŞEKİL 46

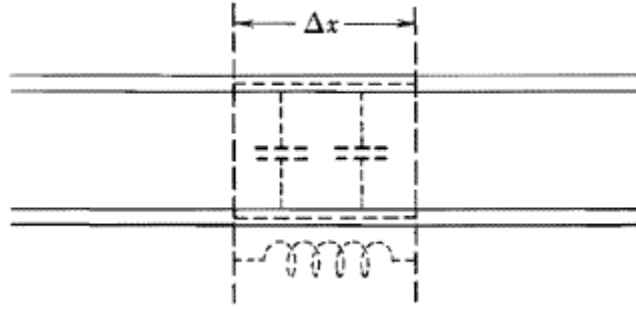
Şu halde periyodu kesim başına gecikmenin iki katından büyük olan bir sinüsel dalga yapı boyunca yayılamaz. Kesilim frekansının L ve C değerleri iletim yolununki ile aynı olan yalnız bir LC devresinin rezonans frekansının iki katı olması eğlenceli görülebilir.

Yukarıdaki tartışma bir atmanın iletim yolundan bozulmadan geçebilmesi için çeşitli frekans bileşenlerinin kesilim frekansından küçük olması gerektiğini gösteriyor. Yoksa biraz bozulma olacak ve eğer temel bileşenler kesilimin üstünde ise atma büyük ölçüde bozulacak ve zayıflayacaktır. Atmanın yayılma hızının frekansa bağlı oluşundan ileri gelen zayıflama ve bozulma olayının tümüne çoğunlukla dağılım (dispersion) denir. Fiziğin dalga olaylarının işe karıştığı ses, optik ve kuantum mekaniği gibi öteki kollarında buna benzer çok olay vardır.

İLETİM YOLLARI

İletim yolunun her kesimindeki L ile C 'yi azaltarak kesilim frekansının yükselebileceği Eşitlik-101'den görülmektedir. Örneğin, eğer L ile C önceki değerlerinin yarısına indirilirse kesilim frekansı 2 katına çıkar, fakat belirtgin empedans değişmez. Bu gözlem, indüksiyon katsayısı ve sığası yol boyunca sürekli olarak dağılmış olan bir iletim yolu olabileceğini gösterir. Böyle bir iletim yolunun bir yüksek frekans kesilimi olmaması ve tam dağılmasız olması gerekir.

Böyle bir dizge gerçekten olabilir ve belli sınırlar içinde kullanışlıdır. Basit bir iletken çifti böyle bir dizge oluşturur ve buna dağılmış-parametrelili yol veya iletim yolu denir. Örneğin, bir çift paralel doğru iletken birim uzunluğu başına belli bir indüksiyon katsayısı vardır. Bu düşünceler Şekil-47'de gösterilmiştir.



ŞEKİL-47

Uygulamada iletim yolları çoğu kez aynı eksenli silindirler şeklinde yapılır; dış iletken, iletkenler arasındaki boşluk için elektrostatik bir perde gibi iş görür. Böylece iletim yolu çevredeki iletkenlerden doğan alanların etkisi altında değildir. Böylece iletim yoluna, aynı eksenli yol veya çoğu kez kısaltılmış olarak coax denir.

Toplu-parametrelili yol için çözümleme, L ve C 'yi birim boy başına indüksiyon katsayısı ve sığa olarak yorumlayarak dağılmış-parametrelili yol için de yapılabilir. Belirtgin empedans yine Eşitlik-97 ile verilir ve T gecikme zamanı birim uzunluk başına gecikme olur. O zaman bu niceliğin tersi birim zamanda alınan yol yani gerçek yayılma hızıdır. Kusursuz halde iletim yolunda hiç dağılım yoktur ve yayılma hızı frekanstan büsbütün bağımsızdır.

Gerçek iletim yolları iki nedenle hiç bir zaman bu kusursuz davranışı kazanamazlar. Birinci iletkende enerji yitirmeye yol açan dirençlerin bulunmasıdır. İkincisi iletkenler arasındaki boşluğun bir kısmının tele destek için dielektrik bir madde ile doldurulmuş olmasıdır. Dielektriklerin özellikleri hep frekansa bağlıdır ve bir dielektrik yüksek frekanslarda enerji yayar, yani bir şönt direnci gibi davranır. Bu nedenle aynı eksenli iletim yollarının bile yüksek frekans kesilimi vardır; maddenin dikkatlice seçilmesi ile bu frekans 10^{10} Hertz ve daha yüksek çıkarılabilir.

İç ve dış yarıçapları sıra ile a ve b olan aynı eksenli silindirlerden oluşan bir iletim yolu için birim uzunluk başına indüksiyon katsayısının ve sığanın

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \quad (108)$$

olduğu elektromagnetik kuram yardımıyla gösterilebilir. Şu halde yayılma hızı:

$$u = 1/(LC)^{\frac{1}{2}} = 1/(\mu\epsilon)^{1/2} \quad (109)$$

olur. Bu, iletkenlerin boyutlarından bağımsızdır ve yalnız iletkenler arasındaki maddenin elektrik ve manyetik özelliklerine (ϵ ve μ) bağlıdır. Özellikle, eğer ϵ ve μ boşluktaki değerlere (ϵ_0 ve μ_0) yakınsa o zaman yayılma hızı ışığın boşluktaki hızı $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$ ye yakındır. Fakat, eğer dielektrik sabiti birden epeyce büyükse yani ϵ , ϵ_0 'dan epeyce büyükse o zaman u , c 'den küçüktür.

Belirtgin empedans $R = (LC)^{1/2}$

$$R = \frac{1}{2\pi} (\mu/\epsilon)^{1/2} \ln \frac{b}{a} \quad (110)$$

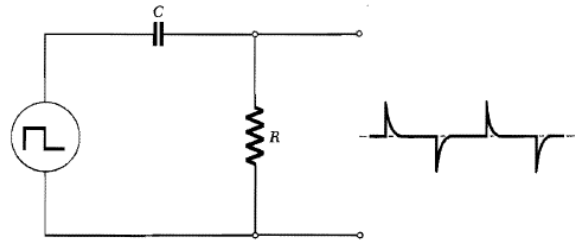
ile verilir. Böylece, iletkenlerin b/a yarıçap oranlarını değiştirerek iletim yolunun belirtgin empedansını kolayca değiştirebiliriz.

Dağınık-parametrelili iletim yolunun tüm çözümlenmesi, iletkenler arasındaki alanlar ile bu bölgedeki dalgaların yayılmasından giderek de yapılabilir. O zaman çözümlemenin ayrıntıları bütünü farklıdır. Fakat yayılma hızı ve belirtgin empedans ile ilgili son vargılar aynıdır.

DENEY

1. ATMALARIN YAYILMASI

Bir iletim yolunda atma yayılması deneyini yapmak için bir atma kanağı gerekir. Atmaları elde etmenin kolay bir yolu Şekil-48'de gösterildiği gibi bir kere-dalga üretici ile birlikte bir RC devresini kullanmaktır. Bu düzeneğin davranışı Deney ED-1'deki gibi ayrıntılıca çözümlenebilir. Eğer RC zaman sabiti kare dalga üreticinin periyodundan çok küçükse akım dirençten her yarım dönemin başında yalnız çok kısa bir süre boyunca geçer ve sonunda kutbu ardışık olarak değişen bir atmalar dizisi oluşur. Açıkça görüldüğü gibi atma süresi RC ile oranlıdır. *Yalnız tek kutuplu atmalar isteniyorsa dirence seri bir diyod bağlanabilir.*

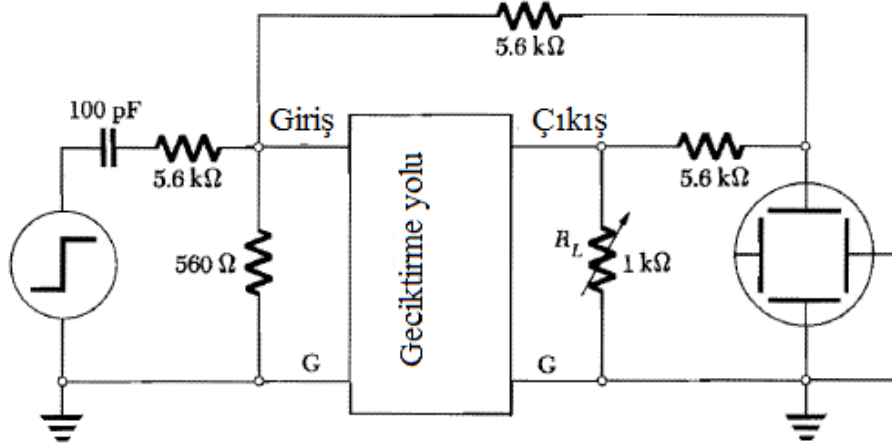


ŞEKİL-48

Atmaların iletim ve yansımalarını incelemek için Şekil-49'da gösterilen devre kullanılabilir. Bu devre, giren, çıkan ve yansımış atmaları, süpürmesi kare dalga üretici ile zamandaş (eş

zamanlı) olan osiloskobun düşey girişine verir. Yolun girişindeki direnç belirtgin empedansa yaklaşık eşit olacak şekilde seçilir. Böylece uçtan yansımalar yok edilmiş olur.

İletim yolunun toplam gecikme süresini (NT) ölçün. Bu ve kesimlerin sayısından, kesim başına olan T gecikme süresini bulun. R_L uç direnci iletim yoluna uyuncaya, yani yansımalar yok edilinceye kadar direnci ayarlayın. Belirtgin empedansı elde etmek için R_L yi çıkarın direncini bir ohmmetre ile ölçün. Bu ölçme ve kesim başına gecikmeden L ve C değerlerini hesaplayın.



ŞEKİL-49

2. R_L İLE DEĞİŞME

R_L uç direncini değiştirerek çıkış genliğini R_L nin fonksiyonu olarak ölçün. Çıkış genliğini R_L 'nin fonksiyonu olarak veren bir grafik çizin. Aynı şeyleri yansıyan atmalar için tekrarlayın. Önceden Eşitlik- (101)'dan elde edilen sonuçlar ile karşılaştırın.

3. ÜSTÜSTE YANSIMA

İletim yolunun girişinden gelen yansımaları gözleyebilmek için 560 Ω 'luk giriş direnci yerine oldukça daha küçük veya daha büyük bir direnç koyun. Üstüste yansımaları gözleyebiliyor musunuz? Giriş işaretini osiloskoba veren 5,6 k Ω 'luk direnci bu gözlemde çıkarabiliriz. Yansımaların faz bağıntıları uç direncine nasıl bağlıdır? İletilen ve yansıyan genliklerin beklenilenden biraz daha küçük olduğunu bulabiliriz. Bu niçin böyledir?

4. GERİLİM ZAYIFLAMASI

Kesim başına gerilim zayıflamasının, kesim başına seri direncin belirtgin empedansa oranı ile oranlı olduğunu gösterebiliriz. Gerçekte bu direnç indüktans sarımlarından ileri gelir. İletim yolunun seri direncini ölçünüz; bu değer ile kesimlerin sayısından kesim başına direnci bulunuz ve beklenen zayıflamayı bir sabit katsayı farkı ile hesaplayınız. Bitişteki empedans iletim yoluna eşitlendiği zaman bunu, gözlenen zayıflama ile karşılaştırarak orantı sabitini bulun.

5. KESİLİM (CUTOFF)

İletim yolunun yüksek frekans kesilimini hesaplayın. Denel olarak kesilimi gözleyebilir misiniz?

6. AYNI EKSENLİ İLETİM YOLU

Yukarıdaki bütün deneyler aynı eksenli iletim yolu ile tekrarlanabilir. Belirtgin empedanstan küçük veya büyük birkaç uç direnci ile iletimi ve yansımayı gözleyiniz. Toplu-parametrelili iletim yolu ile ne gibi benzerlikleri veya ayrılıkları vardır?

SORULAR

- 1 Bir iletim yolunun iki ucunu Z belirtgin empedansından çok daha büyük dirençlere bağladığımızı düşünelim. 0, 2, 4, 6, ... yansımalarından sonra çıkışa varan ardışık atmaların kutuplanışını tartışın. Aynı tartışmayı dirençlerin her ikisinin de Z 'den küçük ve birinin küçük ötekinin büyük olması halinde yapın.
- 2 Eşitlik-95'daki $b(mk)^{-1/2}$ niceliğinin boyutsuz olduğunu gösterin.
- 3 $(L/C)^{1/2}$ niceliğinin direnç boyutunda olduğunu gösterin.
- 4 Bu deneyde kullanılan toplu-parametrelili iletim yolundaki bütün indüktanslar çoğu kez ortak bir akım makarasına sarılmışlardır. Bu nedenle kesimler arasında biraz indüksiyon çiftlenimi vardır. Bunun atmanın yayılmasında etkisi ne olabilir?
- 5 Eşitlik-108'de verilen birim uzunluk başına indüksiyon ve sığa ifadelerini aynı eksenli bir iletim yolu için çıkarın.
- 6 Kesim başına T gecikme süresinin kesilme frekansında $\frac{1}{2} \pi(LC)^{1/2}$ olduğunu gösterin.
- 7 Bir eksenli iletim yolunun belirtgin empedansının MKS birimlerinde $Z = 60 \ln(b/a) \Omega$ verildiğini gösterin. 60 katsayısı kesin bir sayı mıdır, yoksa yaklaşık bir sayı mıdır? Eğer yaklaşık bir sayı ise tam değerinden yüzde kaç farklıdır?
- 8 RC devresi ve kare-dalga üreticini kullanarak oluşturulan bir atmanın biçimini veren bir ifade çıkarınız. Gerçek atmanın biçimi tıpatıp böyle midir? Kare dalganın köşeleri tam keskin değilse ne olur?
- 9 Toplu-parametrelili iletim yolunda atmaların faz ve grup hızları aynı mıdır yoksa farklı mıdır? Hangisi büyüktür? Niçin?